EUI WORKING PAPERS

EUI WORKING PAPER No. 89/397

Quaestio sive aequatio: la nozione di problema nelle *Regulae*

GIOVANNA C. CIFOLETTI

European University Institute, Florence

EUROPEAN UNIVERSITY INSTITUTE, FLORENCE

DEPARTMENT OF HISTORY

EUI WORKING PAPER No. 89/397

Quaestio sive aequatio: la nozione di problema nelle *Regulae*

GIOVANNA C. CIFOLETTI

BADIA FIESOLANA, SAN DOMENICO (FI)

Printed in Italy in June 1989
European University Institute
Badia Fiesolana
– 50016 San Domenico (FI) –
Italy

Quaestio sive aequatio:

la nozione di problema proposta nelle *Regulae*

Il secondo libro delle *Regulae ad directionem ingenii* si svolge come istituzione di un'algebra della quantità generale, dove quest'ultima è identificata, mediante astrazione, con la nozione di lunghezza.

Molto è stato pensato e scritto, anche recentemente, sul rapporto tra il progetto dell'algebra generale e "il metodo" o tra quella e la "mathesis universalis" cui Descartes fa riferimento nella quarta *Regula*. Aperta, benché ampiamente discussa, è pure la questione delle fonti matematiche, e in particolare della formazione scientifica di Descartes prima della stesura delle *Regulae*. Voglio qui esaminare un altro aspetto dell'argomentazione di Descartes che riguarda anch'esso la storia del pensiero matematico, cioè la trasformazione dell'idea di problema per cui il problema scientifico nella sua forma generale viene visto come un'equazione e ne acquisisce la struttura(1).

Di questa trasformazione indagheremo qui in particolare tre momenti: l'uso che Descartes fece, nelle *Regulae*, dei tre sinonimi di "problema": *problema*, *quaestio* e *difficultas*, alcuni aspetti salienti della tradizione cinquecentesca di filosofia della matematica, e infine un primo repertorio di riferimenti alla manualistica algebrica del Cinquecento.

E' pertinente chiedersi se sia lecito ricondurre ad un'unica discussione lo sviluppo delle tematiche relative a tre termini scelti in quanto unificati dal significato che noi attribuiamo al termine problema. In realtà, i tre sinonimi di problema usati da Descartes, cioè appunto problema, quaestio e difficultas sono già interconnessi nel testo, e il loro nesso è fondato sia rispetto alla tradizione filosofica che rispetto a quella algebrica. Inoltre, e ciò giustifica maggiormente l'approccio, proprio confrontando il testo cartesiano con quelle tradizioni si scopre che l'autore stesso compie delle traslazioni di senso e di uso dei tre sinonimi. D'altra parte, un'indagine sulla nozione di problema che fosse in grado di chiarirne la portata nel testo di Descartes, essa aprirebbe la possibilità di riflettere su aspetti del pensiero cartesiano assai diversi tra loro, quali il dubbio e la teoria delle equazioni. Ambedue infatti venivano concepiti in termini di quaestio.(2)

Dopo aver richiamato i principali contesti in cui i sinonimi di problema usati da Descartes possedevano un significato, esemplificandoli con degli autori cinquecenteschi, analizzeremo le occorrenze dei termini nelle Regulae. Attingeremo quindi ad alcune fonti cinquecentesche della tradizione algebrica, e concluderemo con una ripresa, benché breve e assai mirata, del dibattito sull'interpretazione delle Regulae.

1.I sinonimi di problema e la loro tradizione.

Aristotele aveva fatto oggetto di studio specifico la nozione di problema, articolandola nei sinonimi _próblêma_ ed _erôtêma_ (o _erôtêsis_), cui affiancava il termine _zêtoúmenon_ (o _zêtêma_): problema, questione, la cosa da cercare. In primo luogo, egli metteva in evidenza che ciò che distingue un discorso qualunque da un ragionamento scientifico è la (buona) formulazione di ciò che si cerca (_zêtoúmenon_). Quattro sono i tipi di cose cercate, che corrispondono ai quattro tipi di conoscenze: si tratta di determinare "tò oti, tò dioti, ei ésti, tí esti" (_Secondi Analitici_, 89 b 24). Questo è quanto si può chiedere e cui si può rispondere, vale a dire che in ogni indagine si ricerca se sussista un medio, oppure che cosa è il medio. Allo scopo di porre un problema correttamente(3) si deve scegliere il genere e la specie comune alle cose cercate (_Secondi Analitici_ 98 a (4)), e la forma del problema è "Questo attributo appartiene al genere dato?" (_Topici_ 101 b 30), suscettibile di risposta apofantica. Aristotele aveva cioè adottato il termine _próblêma_, proprio della matematica pitagorica, a caratterizzare i problemi scientifici in senso lato, e _próblêma_ divenne quindi ciò di cui trattano i sillogismi (_Topici_ 100 b 17), e che può essere universale o particolare (_Secondi Analitici_ 108 b). Inoltre, nei _Topici_ egli distingueva tra problemi e problemi dialettici, questi ultimi tali che non è possibile dimostrare nessuna delle alternative, o che comportano un dubbio perché ci sono forti ragioni per entrambe le possibità, come nel caso "L'universo è eterno oppure no?" (Topici 104 b). Parallelamente Aristotele usava il termine erôtêma, e il libro VIII dei Topici è dedicato all'arte di formulare questioni: pur essendo questa, infatti, un'arte tipica del dialettico, anche il filosofo (cioè colui che si dedica a una scienza) doveva farne uso per quella sorta di dialogo svolto individualmente che è l'argomentazione scientifica, o comunque nell'insegnamento. Anche riguardo alle questioni si pone dunque la distinzione tra quelle relative alla dimostrazione e quelle relative alla probabilità, e parallelamente tra la questione "sillogistica" quale è ogni questione, che per definizione assume come premessa uno dei due termini di una contraddizione, e quella "scientifica", che assume una premessa specifica a una scienza particolare (Secondi Analitici 77 a 36)(5). Questi passi aristotelici venivano, nel Cinquecento, correlati per dare un significato al termine quaestio che, grazie anche ad una articolata tradizione medioevale, era sempre più inteso come l'equivalente latino di próblêma. In particolare, il passo dei Secondi Analitici che parla degli zêtoúmena veniva regolarmente accostato ai passi dei Topici che si riferiscono ai problémata. Ad articolare ulteriormente l'uso di questi sinonimi, e a sottolineare il significato "interrogativo" del termine próblêma, apparvero nuove edizioni e traduzioni dei Problémata dello pseudo Aristotele, e inoltre la diffusione di numerosi manuali del genere erôtémata, cioè in forma di dialogo tra maestro e discepolo. Per tornare però ai passi aristotelici, due sono, come si vede, le opere che trattano particolarmente di questi temi: i Secondi Analitici e i Topici, e proprio queste opere furono, nel Cinquecento, poste al centro della riflessione sull'insegnamento e sul metodo della scienza. In particolare, chi volle sottolineare l'ideale dimostrativo aristotelico diede importanza ai Secondi Analitici, mentre chi, come Ramo, era favorevole ad un'interpretazione retorica della logica e alla specificità della matematica rispetto alla logica, privilegiava i Topici nella definizione della logica e del metodo. Ciò si riflette sulla nozione di problema, in quanto solo nei Topici si tratta del problema dialettico come affrontabile in termini di mera probabilità. Di conseguenza, all'ampia rielaborazione di queste nozioni dovuta alla tradizione medioevale(6) si aggiunsero i contributi dei dibattiti cinquecenteschi e l'introduzione della prospettiva di Proclo, appena riscoperto(7). Si devono quindi considerare due principali tradizioni di riferimento, in questo come negli altri dibattiti cinquecenteschi sulla filosofia della matematica: Aristotele e gli aristotelismi da un lato, e Proclo dall'altro. Beninteso, ciò non significa che le due tradizioni procedessero separatamente, anzi, esse tendono a presentarsi nello stesso autore, tanto più che la prima tradizione rappresentava più specificamente la logica, e la seconda la matematica. Riprenderemo alcuni punti seguendo i testi di autori cinquecenteschi che si occuparono della nozione di problema: vedremo quindi brevemente i significati dei sinonimi di problema nei "thesauri" di Budé e di Etienne, nelle Scholae mathematicae di Ramo, e infine nei Coninbricenses e Clavio in quanto parte dell'insegnamento ricevuto da Descartes(8).

Budé scrive: "Próblêma est quaestio, id est zêtêma"(9). Egli identifica cioé esplicitamente il significato dei tre termini usati da Aristotele. Budé riprende poi un'affermazione di Aristotele relativa ai problemi:

> "Próblêma kaì prótasin idem esse Aristoteles docet in I Topicôn, differentiamque esse tantum in modo enunciandi"

In Topici 101 b 11 Aristotele precisa appunto che i fondamenti dei discorsi (lógoi) e gli argomenti dei ragionamenti (syllogismoí) coincidono: infatti, i fondamenti dei discorsi sono proposizioni (protáseis), mentre gli argomenti dei ragionamenti sono problemi. Budé tuttavia non distingue ciò che era distinto in Aristotele, cioè la nozione di problema in generale, e di problema dialettico. Budé riprende invece la distinzione, tratta da Proclo, e propria in primo luogo della matematica, tra problemi e teoremi. Proclo teorizzò che mentre i teoremi sono proposizioni (distinte quindi in enunciato, dati, definizione o condizione di possibilità, costruzione, dimostrazione, conclusione) che concernono la natura delle figure, i problemi sono proposizioni riguardanti le operazioni sulle figure, quali la costruzione, l'addizione, la sottrazione o la divisione. Budé riprende questa contrapposizione spiegando il problema come la proposta di trovare qualcosa, e il teorema come l'insegnamento di qualcosa relativa alla natura dell'oggetto. Il resto del passo include riferimenti ad Alessandro di Afrodisia, Temistio, Ammonio e Cicerone, che riguardano tutti la nozione di problema dialettico, fornendo numerosi esempi. Henri Etienne(10) cita ampiamente Budé, e riporta il riferimento ad Aristotele e a Proclo.

Un aspetto della trattazione di Proclo ripreso da altri autori cinquecenteschi è poi la "storia" del ruolo di questa nozione tra i matematici greci. Egli riferiva infatti che la nozione di problema era stata fatta oggetto di dispute all'interno della scuola platonica: mentre tra i platonici seguaci di Speusippo le deduzioni matematiche erano viste esclusivamente come teoremi, non come problemi, per la scuola di Menecmo le deduzioni matematiche erano da considerarsi sempre problemi, in quanto esse fanno riferimento a una costruzione. Proclo osservava poi che altre due tesi, quella di Carpus per la priorità dei problemi rispetto all'ordine, e quella di Geminus per la priorità dei teoremi rispetto alla dignità, erano compatibili e complementari.

Questi punti furono ripresi da Ramo, che nelle Scholae mathematicae trattò delle questioni di filosofia della matematica suscitate dalla riscoperta di Proclo e dei classici: lo scopo di Ramo era di mostrare l'oscurità espositiva della tradizione matematica, e la sua proposta quella di riorganizzare tutta la matematica tenendo presente l'articolazione reciproca del metodo dell'insegnamento e del metodo della scoperta. In questo quadro, egli trattò della classificazione dei problemi di Proclo che, basata sul numero delle soluzioni, era alternativa a quella più celebre della Collezione matematica di Pappo, secondo cui i problemi geometrici sono piani, solidi e lineari(11). Ramo riprendeva così la valorizzazione dell'analisi geometrica greca tipica del Cinquecento, analisi intesa nella duplice accezione di procedimento dimostrativo "inverso" alla sintesi e di "tesoro dell'analisi", cioè corpus di trattati geometrici orientati alla soluzione di problemi e particolarmente alla trasformazione di problemi per renderli risolubili(12); l'analisi fece emergere l'aspetto euristico della matematica, e contribuì a definire l'attività del matematico come risoluzione sistematica di problemi, o ricerca del metodo di soluzione. Se questo non incontrava il favore di Ramo, preoccupato di mantenere in primo piano l'esigenza di dare una presentazione rigorosa e pedagogicamente efficace, egli tendeva però ad assumere la concezione della matematica diffusasi con la ripresa dell'analisi, secondo cui la matematica è, nel suo complesso, più un insieme di problemi che un insieme di teoremi, e la tradizione matematica un insieme di teoremi utile a risolvere problemi. Questa impostazione, che sarà poi ripresa ampiamente nel Seicento (13) rendeva opportuno il richiamarsi ad autori antichi in quanto fautori della tesi che tutte le proposizioni matematiche sono da considerarsi problemi. Ramo evitava quindi la conclusione conciliatoria di Proclo, ma anzi polemizzava con lui, mettendo in evidenza come la distinzione tra problemi e teoremi non fosse che una forzatura scolastica. Si tratta qui infatti proprio della questione di stile che più preoccupava i filosofi della matematica: la compatibilità del modello di rigore presente in Euclide con quello proposto da Aristotele. Come Ramo chiarisce precedentemente nel testo, Proclo aveva infatti sostenuto che Euclide faceva uso di tutti i generi di quaestio: "Quaerit enim an est, quid est, quale quid est, propter quid est." E Ramo a questo risponde:

> "At, Procle diligentissime, Euclides nusquam quaerit an sit, aut quid sit linea, superficies et corpus, sed sine quaestione docet et definit: problemata quidem quaestiones quaedam videntur esse, quomodo fabrica constituenda sit, sed vanitas ista mox apparebit: et tamen problemata ista affirmant non dubitant."(14)

Proclo inoltre aveva sottolineato un aspetto dei problemi (euclidei) ripreso da Ramo e che avrà grande risonanza tra gli algebristi cinquecenteschi e Descartes. Si tratta dell'idea di problema come costituito da una cosa data (tò dedómenon) e una cosa cercata (tò zêtoúmenon).

Clavio trattava della distinzione tra teorema e problema, nei suoi In disciplinas mathematicas prolegomena, introduzione al corso di matematica dedicato all'opera di Euclide, che si trova nel primo volume dell'Opera(15). Clavio, in primo luogo, riferisce della distinzione classica: esistono in matematica i "problemi", in cui si chiede di costruire, e inoltre i "teoremi", in cui si indaga la qualità di qualcosa. Tuttavia, a differenza di quanto avviene nel testo di Proclo, ambedue sono dapprima intesi come tipi di dimostrazioni anziché come tipi di proposizioni. In effetti, il passo ha una portata logica non soltanto in senso aristotelico lato, ma anche in senso più ristretto, poiché rimanda alla discussione '<u>de certitudine mathematicarum</u>' propria di quel periodo(16). Due infatti sono, secondo Clavio, i contesti entro cui si parla di <u>problema</u>: quello dei Matematici, che seguono la definizione data, e quello dei Dialettici, che chiamano <u>problema</u> quella <u>quaestio</u> di cui ambedue le parti sono probabili. Ma, afferma Clavio, va notata la grande differenza tra il problema dialettico e il problema matematico: l'uno infatti conduce alla probabilità, l'altro alla certezza. A conclusione dell'argomento, Clavio formula di nuovo la distinzione:

> "Itaque ut uno verbo dicam, quaesitum illud Mathematicum construere aliquid docens, cuius etiam oppositum potest effici, Problema; illud vero, quod nihil docet construere, et cuius pars opposita perpetuo falsa existit, Theorema appellatur."(op.cit. p.8)

I due termini indicano dunque, a questo punto, non tanto due proposizioni, come per Proclo, o due dimostrazioni, come suggeriva l'inizio del passo, ma proprio due <u>quaesita</u>, ciò che appare come concessione alla tesi che la matematica sia costituita da problemi, sia pur da distinguere tra tendenti a una costruzione o a una dimostrazione. Interessante è inoltre notare che, facendo riferimento soltanto al problema dialettico, Clavio non si richiami all'accezione di problema scientifico aristotelico, ma vi sostituisca semplicemente il problema dei matematici, la cui contraria è sempre falsa. Si tratta di un'assimilazione legittima se interpretata alla luce della già citata tesi aristotelica sulle questioni scientifiche (<u>Secondi Analitici</u> 77 a 36). I commenti aristotelici cinquecenteschi avevano anche un'altra ragione per dare rilievo alla nozione di problema: non si trattava, infatti, soltanto di trovare un modello di rigore, o di distinguere tra teoremi e problemi, ma soprattutto occorreva conferire di nuovo alla ricerca dei medii dei sillogismi, cioè all'inventio, l'importanza che essa ha nell'opera aristotelica: precisamente nel secondo libro dei Secondi Analitici, che tratta della ricerca dei "medii", e nei Topici. Si tratta beninteso di temi connessi, poiché il movimento ascendente dell'inventio non può di per sé portare al rigore del sillogismo della prima figura, ma soltanto alla probabilità, al plausibile(17). In questo senso Rubio(18) scrive:

> "Propria inveniendi via est quaestio, vel interrogatio: merito ergo interrogationum, vel quaestionum numerus primo loco ponitur, ut viam teneamus, per quam medium invenire possumus."

I Conimbricenses(19), in particolare nel commento ai Topici, raccolgono alcune delle posizioni espresse da commentatori precedenti, ad esempio a proposito dell'interpretazione del passo dei Topici in cui Aristotele afferma
che il numero dei problemi è uguale al numero delle protáseis, delle propositiones. Inoltre essi riprendono la distinzione in quattro forme di questioni, o problemi, che classificano anche per disciplina:

> "tres partes consequentes problema dividunt in tres quasi species; quaedam enim problemata dicuntur moralia, quia ad scientias practicas conducunt; quaedam pertinent ad Theoreticas, Physicam, Metaphysicam, et Mathematicas; Alia denique sunt logica, quae propterea adminiculantia, id est, opitulantia vocantur."(p.749)

I Conimbricenses intervennero anche nella disputa De certitudine mathematicarum, prendendo una posizione simile a quella di

Piccolomini. Se dunque I Conimbricenses non attribuivano alle dimostrazioni matematiche le spiegazioni causali, essi continuavano tuttavia a considerare le matematiche tra le scienze proprio in quanto i loro problemi sono problemi teoretici.

2.Le accezioni cartesiane: uno studio lessicale.

Si tratta ora di osservare da vicino l'uso che di questi termini fece Descartes, ricorrendo all'Index des Regulae(20).

2.a PROBLEMA

Il testo delle Regulae contiene quattro occorrenze della voce problema, e riporteremo quindi per esteso i passi relativi. Il primo di essi indica il fine delle Regulae: preparare l'ingenium a risolvere tutti i problemi. Nel riferimento alle demonstrationes da imparare si può riconoscere inoltre l'attribuzione di un valore superiore dei problemi rispetto ai teoremi che, come sopra si accennava, era tipico della ripresa dell'analisi greca, ma anche della tradizione algebrica:

> "neque enim unquam, verbi gratia, Mathematici evaderemus, licet omnes aliorum demonstrationes memoria teneamus, nisi simus etiam ingenio apti ad quaecumque problemata resolvenda"(Regula VII, Crapulli(21) 7,20; AT 367,16)

Che d'altra parte Descartes abbia presente precisamente questa accezione di problema propria dell'analisi greca è dimostrato dal passo che include l'occorrenza seguente:

> "satis enim advertimus veteres Geometras analysi quadam usos fuisse, quam ad omnium problematum resolutionem extendebant, licet eamdem posteris inviderint."(Regula IV, Crapulli 12,2; AT 373,12)

Tuttavia, Descartes era ben risoluto a non limitarsi ai problemi strettamente matematici, che considerava soltanto esempi semplici di problemi scientifici:

> "Neque enim magni facerem has regulas, si non sufficerent nisi ad inania problemata resolvenda, quibus Logistae vel Geometrae otiosi ludere consueverunt; sic enim me nihil aliud praestitisse crederem, quam quod fortasse subtilius nugarer quam caeteri."(ibidem)

L'altra occorrenza è nella Regula XIV: in essa si chiarisce il rapporto con i problemi aritmetici e geometrici, che cioè le regole sono orientate ad una conoscenza più importante, e che quindi i problemi matematici debbbano essere studiati come propedeutici a questa conoscenza. Nel passo si fa uso anche del termine <u>quaestio</u>, ma come diretto sinonimo di <u>problema</u>:

> "Optaremus hoc in loco lectorem nancisci Arithmeticae et Geometriae studiis propensum, etiamsi in iisdem nondum versatum esse malim, quam vulgari more eruditum: usus enim regularum, quas hic tradam, in illis addiscendis, ad quod omnino sufficit, longe facilior est, quam in ullo alio genere quaestionum; huiusque utilitas est tanta ad altiorem sapientiam consequendam, ut non verear dicere, hanc partem nostrae methodi non propter mathematica problemata fuisse inventam, sed potius haec fere tantum huius excolendae gratia esse addiscenda."(<u>Regula</u> XIV, Crapulli 63,5; AT 442,5)

In conclusione, "problema" è usato da Descartes sempre in relazione alla Logistica. Se questo termine richiama per noi anzitutto la <u>logistica speciosa</u> che Viète introdusse nel suo <u>In Artem Analyticen Isagoge</u> (Tours 1591), la disciplina cui si riferisce Descartes ha una più lunga storia, che può essere ricostruita in connessione con l'espandersi della produzione di testi di algebra da parte di universitari francesi nella seconda metà del Cinquecento. Benché poco si sappia della diffusione dell'opera di Viète prima della pubblicazioni di versioni e riduzioni di Viète degli anni '30, sembra che l'eco dell'opera del matematico non fosse ancora tale da trasformare l'"agenda" della disciplina, e parallelamente, non ci sono documenti che dimostrino la conoscenza di Viète da parte di Descartes prima di tali anni. Una supposizione ragionevolmente positiva sembra essere quella che, già formatosi sulla tradizione algebrica parigina e su Clavio, dopo aver sentito parlare dell'opera di Viète(22), Descartes abbia tentato di ricostruirne l'essenziale(23), e solo successivamente abbia veramente studiato tale opera(24). Che d'altra parte Descartes non potesse contare, riguardo all'"algebra simbolica", su un autore precedente, è chiaro dalla sua insistenza sulla sostituzione delle lettere ai numeri come aspetto in cui prende le distanze dalla tradizione logistica (Regula IV, Crapulli 14, 27; AT 377,3). Questo appare non solo nella "arcaica" Regula IV(25), ma ancora più chiaramente nella Regula XVI, dove si ha un'indicazione precisa su che cosa Descartes intendesse per Logistica. Egli scrive infatti:

> "primo advertendum est, Logistas consuevisse singulas magnitudines per plures unitates, sive per aliquem numerum designare, nos autem hoc in loco non minus abstrahere ab ipsis numeris, quam paulo ante a figuris Geometricis, vel quavis alia re. Quod agimus, tum ut longae et superfluae supputationis taedium vitemus, tum praecipue, ut partes subiecti, quae ad difficultatis naturam pertinent, maneant semper distinctae, neque numeris inutilibus involvantur: ut si quaeratur basis trianguli rectanguli, cuius latera data sint 9 & 12, dicet Logista illam esse V225 vel 15; nos vero pro 9 & 12 ponemus a & b, inveniemusque basim esse Va + b , manebuntque distinctae illae duaes partes a & b , quae in numero sunt confusae."(Crapulli 73,11-23; AT 455-456)

Non entreremo qui nella discussione dettagliata di quale notazione Descartes abbia adottato(26), salvo rilevare almeno che essa riprende elementi tratti dalla tradizione francese da Scheubel a Viète, e osservare che si tratta di una critica e di modifiche all'interno di una tradizione. Il termine, presente già in Platone(27) fu applicato nel Cinquecento all'algebra, come denominazione che sottolineava l'appartenenza di quest'arte alla tradizione classica: così nell'opera omonima di Jean Borrel, e anche nel Lexicon di Dasypodius:

> "Logistica est scientia, aut contemplatio numerorum denominatorum. (...) Logistica quoque dividitur in supputationem quae fit compositione et alteram quae fit resolutione."(28)

In conclusione, per Logistica qui si deve intendere l'algebra francese della seconda metà del Cinquecento, sviluppata specialmente ma non unicamente da Viète, che ne sintetizzò il programma con la celebre frase "Nullum non problema solvere". Quanto a questo specifico topos della tradizione della logistica, che viene ripreso più volte nelle Regulae, ricorderò soltanto che già, ad esempio, Cardano(29) ne dà una versione, e con le parole di Viète trova un'eco particolare in Van Schooten(30). Descartes stesso parla con ironia dell'uso vietiano di questo topos in una lettera a Mersenne del 1632(31).

2.b QUAESTIO

La struttura delle Regulae ad directionem ingenii prevede che le prime dodici riguardino le proposizioni semplici, e le altre (che avrebbero dovuto essere ventiquattro) trattino delle _quaestiones_. In prima istanza, si deve quindi intendere per _quaestio_ una proposizione che è la composizione di proposizioni semplici e esprime la composizione di idee semplici. La prima parte deve essere dunque considerata propedeutica alle due relative alle questioni, anche se di queste la seconda, che avrebbe dovuto prendere in considerazione le questioni non immediatamente riconducibili a quelle algebriche o geometriche, non fu mai scritta. Anche nelle due parti esistenti, comunque, la nozione di questione ha grande rilevanza: poiché qui cerchiamo di argomentare la tesi secondo cui la nozione di _quaestio_ viene rifondata e posta al centro della riflessione delle _Regulae_, non è forse inutile riferire che secondo l'_Index des Regulae_ il testo contiene ben 90 occorrenze del verbo _quaero_, e 58 occorrenze di _quaestio_: si tratta cioè di un verbo e di un sostantivo tra i più frequenti in assoluto. Se ciò non può essere all'origine di eccessive deduzioni, questo fatto sembra comunque confermare che si tratti di un tema non minore, anche se meno studiato. Prima di procedere al raggruppamento delle accezioni del termine _quaestio_, esamineremo il passo in cui Descartes dà un esempio concreto di "_quaestio_ intesa perfettamente", cioè di quel tipo di questioni che possono più facilmente ricondursi alle quaestiones perfectae dell'aritmetica e della geometria(32).

Descartes afferma che in ogni questione, intesa perfettamente o no(33), si ha 1)qualcosa di ignoto; 2)quel qualcosa di ignoto deve essere designato in qualche modo; 3)esso deve inoltre essere designato mediante qualcosa di noto. Una questione perfettamente intesa è inoltre più determinata(34): si sa infatti distintamente da che cosa riconoscere la cosa ignota, che cosa sia sufficiente a trovarla, e in che modo si può dimostrare l'interdipendenza tra le due cose. Le prime sono caratteristiche comuni anche alle questioni imperfette, nota Descartes, come quando si chiede, diremmo noi in astratto, quale sia la natura del magnete. Perché la questione sia perfettamente compresa bisognerà dunque che essa sia determinata, in modo che tutto sia incluso nei dati. La questione ben posta sarà allora "che cosa si può affermare della natura del magnete a partire dagli esperimenti di Gilbert, veri o falsi che siano?". Ed è interessante che Descartes stesso precisi che il vincolo alla questione non è sperimentale, ma piuttosto consista nello stabilire le condizioni di possibilità della soluzione stessa, come il diorismós per i teoremi di Euclide(35). La riduzione di una questione all'equazione tra l'incognita ed un opportuno rapporto tra grandezze note appare quindi non tanto una questione tecnico-matematica, ma piuttosto una presa di posizione rispetto alla dialettica sillogistica e in favore di una generalizzazione della teorizzazione già presente in algebra. In altri termini, e anche in relazione a quanto visto nei passi relativi a "problema", voglio sostenere che quelli che vengono considerati i contributi più rilevanti di Descartes all'algebra(36), che possono riassumersi nella fondazione di un'algebra della geometria, non sarebbero sufficienti a caratterizzare il punto di vista di Descartes, cioè il ruolo assunto dall'algebra nel suo pensiero. Sostituitasi alla logica aristotelica, l'algebra potrà poi permettere di formulare problemi in ogni scienza: Descartes infatti, già nelle prime Regulae, precisa che i problemi dell'aritmetica e della geometria non sono che esempi semplici di applicazione del suo metodo. Infatti, malgrado tutta l'importanza attribuita da Descartes al semplice, essi anzi non devono essere studiati che come primi esercizi del metodo(37).

La quaestio viene definita nel modo seguente, dopo più di quaranta occorrenze del termine:

> "Intelligimus autem per quaestiones, illa omnia in quibus reperitur verum vel falsum: quarum diversa genera enumeranda sunt ad determinandum, quid circa unamquamque praestare valeamus."(Regula XIII, Crapulli 56,3; AT 432,13)

Ciò sembra sottolineare il ruolo della quaestio in una nuova logica, ciò che viene confermato dal seguito del passo:

> "Iamiam diximus, in solo intuitu rerum, sive simplicium, sive copulatarum, falsitatem esse non posse; neque etiam hoc sensu quaestiones appellantur, sed nomen istud acquirunt, statim atque de iisdem iudicium aliquod determinatum ferre deliberamus."

In effetti, proprio di logica si tratta, poiché quaestio trae origine dalla distinzione rispetto alle proposizioni semplici:

> "Caeterum, ne quem forte lateat praeceptorum nostrorum catenatio, dividimus quidquid cognosci potest in propositiones simplices et quaestiones. Ad propositiones simplices non alia praecepta tradimus, quam quae vim cognoscendi praeparant ad obiecta quaevis distinctius intuenda et sagacius perscrutanda, quoniam hae sponte occurrere debent, nec quaeri possunt; quod in duodecim prioribus praeceptis complexi sumus, ac in quibus nos ea omnia exhibuisse existimamus, quae rationis usum

aliquomodo faciliorem reddere posse arbitramur."(*Regula* XII, Crapulli 53,9; AT 428,21)

La questione perfettamente intesa è cioè quella in cui il rapporto o meglio la composizione tra proposizioni semplici è distinta e determinata. Il caso della natura del magnete torna quindi a proposito, e la teoria di Descartes in materia ci è rivelata da un passo precedente della Regula XII, che è fondamentale per il nostro argomento, e dove tra l'altro "*difficultas*" viene usato in alternativa a "quaestio":

> "Colligitur tertio, omnem humanam scientiam in hoc uno consistere, ut distincte videamus, quomodo naturae illae simplices ad compositionem aliarum rerum simul concurrant. Quod perutile est annotare; nam quoties aliqua difficultas examinanda proponitur, fere omnes haerent in limine, incerti quibus cogitationibus mentem debeant praebere, et rati quaerendum esse novum aliquod genus entis sibi prius ignotum:"(*Regula* XII, Crapulli 52,3; AT 427,3)(38)

Qui si chiarisce quanto anticipato sopra rispetto ad Aristotele, cioè che Descartes riprende dal Filosofo la centralità della *quaestio* e la rafforza elaborando una articolata alternativa alla maniera classica di porre scientificamente un problema. Descartes scrive dunque che chi si propone una questione crede di dover trovare un genere di enti finora ignoto. Così quando un Dialettico si chiede quale sia la natura del magnete, dimentica ciò che è ovvio (quindi "semplice"), e si volge alla ricerca di ciò che è difficilissimo, aspettandosi di trovarlo tra le molte cause. Descartes propone invece di partire dal presupposto che del magnete non si possa conoscere nulla se non una ignota combinazione di nature semplici già note, e di raccogliere quindi le esperienze sul magnete. Esse metteranno in evidenza gli effetti provocati dal magnete, e poiché questi effetti saranno riconducibili a un certo numero di cause semplici, si potrà dire di conoscere la natura del magnete in quanto composizione di quelle nature semplici.

Si è visto come Descartes abbia sottolineato l'importanza dei temi trattati all'interno dell'impresa scientifica, anzitutto definendo le _quaestiones_ come "illa omnia in quibus reperitur verum vel falsum", e così pure nelle citazioni seguenti, facendo uso di espressioni (di chiaro riferimento aristotelico) quali "quidquid cognosci potest" e "omnem humanam scientiam". In questo modo Descartes indica la consapevolezza che il rivolgimento provocato dall'algebra nell'ambito delle procedure scientifiche non riguardi soltanto la possibilità di risolvere tutti i problemi, ma anche di porli in modo da poterli risolvere(39). Sullo stesso piano di riflessione è il riferimento alla _comparatio_:

> "Et quidem omnia haec entia iam nota, qualia sunt extensio, figura, motus, et similia, (...) per eandem ideam in diversis subiectis cognoscuntur (...); haec idea communis non aliter transfertur ex uno subiecto ad aliud, quam per simplicem comparationem, per quam affirmamus quaesitum esse secundum hoc aut illud simile, vel idem, vel aequale cuidam dato: adeo ut in omni ratiocinatione per comparationem tantum veritatem praecise agnoscamus."(_Regula_ XIV, Crapulli 61, AT p.439,11)

Infatti, la conclusione cui giunge Descartes con l'analisi della _quaestio_ sulla natura del magnete è che tutta e sola la conoscenza umana della natura, ad esempio, del magnete è nella _comparatio_. Questa è infatti il risultato della formulazione della _quaestio_, dapprima mediante decomposizione e ricomposizione in termini di una equazione indicata sopra, e poi nella sostituibilità che la teoria delle equazioni induce: se l'equazione iniziale è tra l'incognita (la natura del magnete) e una composizione di nature semplici o note, tale equazione autorizza a sua volta una quantità illimitata di sostituzioni. Perciò ogni conoscenza non è determinata se non all'interno di questa rete di confronti o sostituzioni.

Descartes mette quindi ulteriormente in evidenza il contrasto tra questo approccio e quello dei Dialettici:

> "Sed quia, ut iam saepe monuimus, syllogismorum formae nihil iuvant ad rerum veritatem percipiendam, proderit lectori si, illis plane reiectis, concipiat omnem omnino cognitionem, quae non habetur per simplicem et purum unius rei solitariae intuitum, haberi per comparationem duorum aut plurium inter se. Et quidem tota fere rationis humanae industria in hac operatione praeparanda consistit; quando enim aperta est et simplex, nullo artis adiumento, sed solius naturae lumine est opus ad veritatem, quae per illam habetur, intuendam."(ibidem)

Dalla definizione e determinazione della quaestio l'attenzione si sposta dunque alla preparazione della comparatio: si comprende cioè che lo scopo della perfetta determinazione della quaestio consiste nello stabilire la comparatio. La preparazione della comparatio assume poi, nel nuovo procedimento scientifico, un'importanza fondamentale, tanto da motivare la stessa stesura di "regulae"(40). Le regulae più significative in questo senso, però, non esistono: secondo il piano espresso al termine della Regula XII, il secondo libro è costituito da dodici Regulae per le questioni intese perfettamente, mentre il terzo libro dovrebbe contenere dodici Regulae riguardanti le questioni imperfettamente intese, quindi da ridurre alle precedenti come nel caso della natura del magnete. Non è comunque questo il luogo per una riflessione sul termine comparatio, basti ricordare che essa potrebbe a sua volta essere interpretato mediante un richiamo reciproco tra la nozione matematica (che rimanda a proporzione, uguaglianza-disuguaglianza e parabolismo e syncrisis di Viète) e la nozione logica.

Concludiamo ricordando che si sono presi in considerazione soltanto i passi che direttamente spiegano la nozione di quaestio. Ci sono poi 29 occorrenze che rimandano all'uso specificamente cartesiano del termine spiegato dalle prime, e infine quattro occorrenze di significato latino generico. E' inoltre opportuno precisare che alcune delle occorrenze considerate si riferiscono alla distinzione tra questioni dirette e indirette: si tratta evidentemente di un riferimento esplicito alla teoria delle equazioni, in quanto le questioni dirette prendono la forma di semplici proporzioni o equazioni di primo grado, mentre le indirette comportano la determinazione di medi proporzionali, e quindi si traducono in equazioni di secondo grado almeno.

2.c DIFFICULTAS

E' chiaro a Beck(41) che ciò che Descartes chiama "difficulté" nel Discours de la méthode (si pensi ad esempio al secondo precetto) corrisponde a ciò che egli chiama quaestio nelle Regulae. Rimane da definire il rapporto tra difficultas e quaestio nelle Regulae stesse.

La prima occorrenza evidenzia il rapporto con la tradizione scolastica, invitando a perfezionare il lume naturale della ragione "non ut hanc aut illam scholae difficultatem resolvat"(Regula I, Crapulli 3,6; AT 361,19)(42). Il passo che chiarisce maggiormente il rapporto tra l'approccio cartesiano alla nozione di problema (cui qui Descartes si riferisce mediante il termine difficultas), riassumendo quanto si è visto, è però il seguente, tratto dalla Regula VI:

> "monet enim res per quasdam series posse disponi, non quidem in quantum ad aliquod genus entis referuntur, sicut illas Philosophi in categorias suas diviserunt, sed in quantum unae ex aliis cognosci possunt, ita ut, quoties aliqua difficultas occurrat, statim advertere possimus, utrum profuturum sit aliquas alias prius, et quasnam, et quo ordine perlustrare."(Crapulli 17-18; AT 381, 8)

Tra le occorrenze che mostrano come Descartes usasse in modo relativamente indifferente "quaestio" o "difficultas" ricorderò soltanto la Regula XIII, AT 431,19, in cui si parla di "difficultatem bene intellectam", espressione usata prima, ad esempio nell'enunciato della Regula stessa, solo per "quaestio". Si veda anche, in questo senso, Crapulli 21,8 e 25; AT 386,1 e 21, che riguarda l'applicazione della nozione di quaestio directa o indirecta alla analoga difficultas. Confermano questa interpretazione i passi seguenti: Regula VIII, Crapulli 27,3,6 e 30; AT 393,14 e 17, 394,21; Regula XIII, Crapulli 55,25, AT 432,1; inoltre Crapulli 57,17; AT 434,13; particolarmente esplicito è l'uso di difficultas come sinonimo di quaestio nei passi della

Regula XIV, Crapulli 62,10; AT 440,24, e della _Regula_ XVII Crapulli 76,2 e 7; AT 459,11 e 17; (43)

Propriamente parlando, però, la _difficultas_ è contenuta nella _quaestio_ ed è, si potrebbe dire, il suo nocciolo problematico(44), come Descartes afferma nella Regula XIII:

> "Quaestione sufficienter intellecta, videndum est praecise, in quo _difficultas_ eius consistat, ut haec ab aliis omnibus abstracta facilius solvatur.
> Non semper sufficit quaestionem intelligere, ad cognoscendum in quo sita sit eius _difficultas_; sed insuper reflectendum est ad singula quae in illa requiruntur, ut si quae occurrant nobis inventu facilia, illa omittamus, et illis ex propositione sublatis, illud tantum remaneat quod ignoramus." (Crapulli 59,25; AT 437,12)

Il chiarimento di questa particolare accezione di _difficultas_ viene dato nella Regula XIV:

> "Maneat ergo ratum et fixum, quaestiones perfecte determinatas vix ullam difficultatem continere praeter illam, quae consistit in proportionibus in aequalitates evolvendis; atque illud omne, in quo praecise talis difficultas invenitur, facile posse et debere ab omni alio subiecto separari, ac deinde transferri ad extensionem et figuras, de quibus solis idcirco deinceps usque ad regulam vigesimam quintam, omissa omni alia cogitatione, tractabimus."(Crapulli 62,31; AT 441,21)

In questo senso vanno interpretati alcuni altri passi: Crapulli 20,25 e 32; AT 385,10 e 17; Crapulli 21, 8 e 18; AT 386,1 e 14. Un esempio importante di riduzione di una difficoltà è la riduzione della misura all'ordine:

> "Sciendum etiam, magnitudines continuas beneficio unitatis assumptitiae posse totam interdum ad multitudinem reduci, et semper saltem ex parte; atque multitudinem unitatum posse postea tali ordine disponi, ut difficultas, quae ad mensurae cognitionem pertinebat, tandem a aolius ordinis inspectione dependeat, maximumque in hoc progressu esse artis adiumentum."(Regula XIV, Crapulli 70,16; AT 451-452)

A questo punto la parte trattata dal metodo è il nucleo della quaestio identificabile con la _difficultas_, così che l'enunciato della Regula XVII parla direttamente della "proposita _difficultas_", e la spiegazione si riferisce alle "determinatae difficultates et perfecte intellectae"(45).

In quanto nucleo totalmente matematizzabile della quaestio, la _difficultas_ sarebbe completamente identificabile con l'_aequatio_, come appare nello stesso enunciato della Regula XVII.

3. L'uso algebrico dei sinonimi di problema. _Quaestio_ e _aequatio_.

a) QUAESTIO

Una questione viene quindi definita nelle sue parti, la nota e l'ignota, e nei loro rapporti, e tale definizione è esplicitata attraverso una notazione comune. Due osservazioni sono rilevanti al nostro argomento: che in tal modo Descartes delimiti ogni questione, cioè la ricostruisca soltanto in riferimento a se stessa, ai termini presenti in essa e ai loro rapporti; che inoltre il linguaggio usato rimandi direttamente alle teorizzazioni dei manuali algebrici del Cinquecento, dove la questione veniva con questo procedimento ridotta ad una equazione. Che Descartes si prefigga una riduzione della _quaestio_ alla _aequatio_ appare chiaro dalla lettura del testo delle _Regulae_, ed è stato preso come dato di fatto da molti studi autorevoli del testo cartesiano. Rimane invece da indagare la fonte e la portata dell'identificazione tra il problema algebrico, articolato in quaestio e problema e quindi aequatio nella manualistica cinquecentesca.

I primi manuali algebrici erano, si sa, di carattere pratico, e questo comportava una grande rilevanza dei problemi e delle loro soluzioni. Essi erano perciò costituiti di "regole" di soluzione e di esempi. Così per la Summa Arithmeticae (Luca Pacioli, Venezia 1520), L'Arithmétique (Etienne de la Roche, Lyons 1520, e anche Ars Magna (Cardano, Nürnberg 1545). Va notato che mentre i primi trattano prevalentemente di problemi commerciali, il testo di Cardano trattava ormai di problemi numerici astratti, cioè di problemi teorici. Stifel, nel suo Arithmetica integra (Nürnberg 1543) parla di exempla, specialmente di carattere commerciale ma anche per problemi teorici. Su questa strada è seguito da Scheubel (Algebrae compendiosa facilisque descriptio, Paris 1551), che però a pag. 24 scrive:

> "Sequuntur nunc quaedam aenigmata, seu quaestiones, quorum solutiones tandem hanc aequationem requirunt."

Si tratta di problemi numerici astratti simili a quelli di Diofanto, ed è quindi interessante che Scheubel, autore del primo libro di algebra non presentata come complemento dell'aritmetica (quale era il testo di Etienne de la Roche) pubblicato in Francia, faccia uso di "quaestio" in questo senso. Nel 1549 a Poitiers appare il testo di Peletier, L'algèbre. Che Peletier sia stato una fonte di Descartes è plausibile per alcune ragioni. Anzitutto, data l'importanza della sua figura, cui fa riferimento anche Montaigne, che lo incontra e lo ricorda negli Essais(46). Inoltre, data la diffusione delle sue opere, e in particolare di questa: l'Algèbre sarà infatti ristampata nel 1552, 1554 (Paris), 1560 (anno in cui esce a Parigi anche la versione latina, De occulta parte numerorum quam algebram vocant), 1609 (Lyon) e 1620 (Genève). Infine, perché viene citato a più riprese da Clavio nell'Algebra, e sappiamo che Descartes ne fu lettore. Peletier segue Stifel tanto per i temi che per la terminologia, e quindi parla di "exemples", ma a proposito dell'equazione egli scrive:

> "L'equacion et l'Extraccion des Racines, sont deux parties de l'Algebre, equelles consiste toute la consommacion de l'Art. Pource, nous le tretterons toutes deus clerement, et au long. (...)
> Equacion donq, est une equalite de valeur, entre nombres diversement enommez. Comme quand nous disons, 1 Ecu valoer 46 Souz (...) E pour ample declaracion nous ferons une Question familiere, qui sera tele.
> Il y a un Nombre duquel la tierce e la quarte partie otees, laissent 10: Qui est ce Nombre la?
> Premieremant, Il s'entand assez, que les nombres exprimez es Questions sont ceus qui nous guident: e par l'aide desquez nous decouvrons les Nombres inconnuz. Il faut donc en cette Question proposee, que par le moyen de 10, Nombre exprimé, se trouve celui que je demande."(p.22)

Come si vede, il legame con la tradizione dei manuali mercantili è forte, eppure si notano alcune novità, che saranno proprie dei manuali del resto del secolo, più segnati dalla cultura universitaria umanistica, cioè, anzitutto, il trattare l'equazione come tema a sé stante, darne una definizione esplicita e sottolinearne il ruolo. Parallelamente, si tratta dei "numeri espressi in questioni": quaestio fu usato dunque da Peletier per stabilire un termine comune per i "casi" di aritmetica mercantile e per i problemi numerici astratti o anche geometrici. Inoltre, l'uso del termine in corrispondenza dell'introduzione della (elementare) teoria delle equazioni indica lo stretto rapporto tra le due nozioni. Inoltre, il termine quaestio era usato al posto di problema in Tartaglia. Infatti, nel suo General trattato di numeri e misure (Venezia, 1556-1560) che raccolse in un solo testo le regole per le applicazioni pratiche e una formulazione dell'algebra degna dei conoscitori di Euclide, egli usò raramente il termine "questione", ma sempre come sinonimo di "problema". Jean Borrel pubblicò di lì a poco un testo fondamentale per l'algebra del Cinquecento, la Logistica (Lyons, 1559). I problemi di cui tratta sono numerici ma rappresentano classi di problemi, e vengono chiamati classicamente problemata(47). Tuttavia. gli ultimi capitoli sono dedicati alla quaestiones, che sono espressamente intese a trattare ogni sorta di problema. E' opportuno ricordare il passo che introduce il capitolo quarto, dedicato a questioni, in quanto prossimo alla terminologia cartesiana:

> "Libris superioribus iactis veluti fundamentis, pars operis nunc superest sane pulcherrima, ipsaque subtilitatis exercitatione fructuosa. Ubi logisticae quaestiones, non solis numeris proponuntur, Arithmeticorum instar problematum, sed rebus variis applicantur, quae vel ad usum vitae, vel ad meditationem ingenii,aut ad utraque simul pertineant. Nam et regularum usus, cum earum sedes, vel rei natura, vel arte propositi sunt in occulto, non aliter melius, aut utilius doceri potest, quam ipsa vestigationis varietate multiplici. Magna etiam traditionum particularium copia, una cum ipsis sese quaesiti aperit. Ad haec autem non via Logisticorum trita communiter incedam, qui multitudine quaestionum libros exagerant, eandem saepius speciem, aliis, atque aliis, mercaturis tanquam diversum applicantes".(48)

Si riscontra dunque in Borrel la critica che logistici della seconda metà del Cinquecento sollevavano nei confronti dei loro predecessori, e particolarmente della tradizione dei libri d'abaco: la molteplicità degli esempi, la mancanza di metodo o di uniformità di procedura. E l'elevarsi alla generalità permette anche di estendere il campo di applicazione, a cose utili per la vita o _ad meditationem ingenii_.

Quaestio si ritrova, usata in questo senso, anche nella traduzione dell'opera di Tartaglia in francese, pubblicata da Guillaume Gosselin con ampio commento, _L'Arithmétique de Nicolas Tartaglia Brescian_, Paris 1578. Gosselin, va ricordato, apparteneva all'ambiente matematico parigino tra il 1570 e il 1585, in cui l'influsso di Ramo era forte e che fu frequentato da Viète. Anche qui _problema_ corrisponde ai _canones_ o tipi di equazione, mentre _quaestio_ riporta all'accezione più generale di problema. In continuità con i due precedenti, ma ancora più esplicito, è Stevin, che nel secondo libro della sua _Arithmétique_, usa il termine _problema_ per indicare i problemi (che stanno per classi di equazioni) la cui forma è: "dati tre termini, di grado diverso, trovare il loro quarto proporzionale". Poi, avendo definito la regola del falso, tratta di questioni, che devono considerarsi come applicazioni ed esempi più complessi delle regole di soluzione indicate nei problemi. In esse non si tratta più di dimostrazione, né di soluzione geometrica a conferma di quella algebrica: si tratta di risolvere "par l'algèbre"(49).

b) _AEQUATIO_

Nelle Regulae il termine aequatio compare solo due volte, e ambedue nel l'enunciato delle Regulae non commentate (Crapulli 82,2 e 6; AT 469,2 e 6). Ci sono però tre occorrenze di aequalitas, il termine per esempio usato da Viète, e soprattutto c'è il ripetuto uso di "comparatio" in senso algebrico, che rinvia allo stabilirsi di un'equazione. Ciò non è in sé sorprendente, poiché comparatio era un termnine matematico che indicava la disuguaglianza numerica, o il rapporto, ad esempio in Ramo(50), e veniva usata in alternativa a proportio nel contesto geometrico. Va inoltre ricordato che il termine aequatio, pur attraverso variazioni, conservava il significato di azione, non indicava uno stato, come si è visto nella citazione di Scheubel. Ci si può però chiedere perché Descartes eviti l'uso dei due termini algebrici: una congettura è che egli percorra a ritroso il cammino che lo aveva condotto all'adozione del punto di vista della Logistica, e costituisca al tempo stesso un significato filosofico più generale all'idea di equazione. Quello che qui conta, è che questa idea non solo viene identificata con la quaestio (e con la difficultas), come si può vedere da alcune citazioni e dallo stesso enunciato della Regula XVII, ma costituisce il presupposto dell'idea di problema.

Questa centralità dell'equazione è il motivo principale dei manuali di algebra che ne hanno accompagnato la costituzione in disciplina universitaria e accademica, e corrisponde alla riscoperta dell'Arithmetica di Diofanto. Si tratta in particolare dei manuali pubblicati in Francia, cioè quelli di Scheubel, Peletier, Borrel, e i tre lavori di Gosselin.

La definizione e la classificazione delle equazioni stabilita da Scheubel non ebbe seguito come tale, ma ebbe seguito l'idea di imperniare i manuali di algebra intorno alla nozione, esplicitamente definita, di equazione, e alla classificazione delle equazioni.

E' dunque in questa stessa direzione che Peletier intitola la sezione da cui abbiamo tratto le citazioni precedenti "De l'Equacion, partie essancielle de l'Algebre"(51). Si è del resto vista sopra qualche indicazione sul ruolo attribuito da Peletier all'equazione come nozione chiave dell'algebra. Più avanti nel testo, al capitolo sulla messa in equazione, "La grande Regle generale de l'Algebre", Peletier scrive che quanto scritto sopra, con le varie operazioni algebriche, è tutto in funzione di questa parte, ed enuncia infine la regola:

> "Au lieu du Nombre inconnu que vous cherchez, metèz 1R : avec laquele faites votre discours selon la formalité de la Question proposée: tant qu'eyez trouuè vne Equacion convenable, e icelle reduite si besoin est. Puis, par le Nombre su sine maieur Cossique, diuiseèz la partie a lui egalee: ou en tireèz la Racine tele que montre le Sine. Et le Quociant qui prouiendra (si la division suffit) ou la Racine (si l'extraccion est necessere) sera le Nombre que vous cherchèz."

Effettivamente, prima di Stifel il fatto di mettere una "Question" in equazione non era stato specificato come operazione in sé. E Stifel lo introdusse nel contesto di una ricerca diretta ad una classificazione delle equazioni, e questo processo è connesso con la riscoperta di Diofanto. Gosselin, con il suo De arte magna (Paris 1577), scrisse il primo manuale algebrico che tenne conto dell'Aritmetica di Diofanto, sia perché Xylander l'aveva tradotta e pubblicata da due anni, sia perché Gosselin aveva in visione un manoscritto del testo greco. Gosselin inoltre integrò la teoria, che includeva una nuova e perfezionata classificazione delle equazioni (la prima secondo il grado dell'incognita), anche la sua visione filosofica del ruolo dell'algebra e sulla sua struttura.

Egli scrive:

> "Finis huius scientiae est cognitio quantitatis ignotae, quam ut eliciamus, utimus aequatione tamquam medio."

Il terzo libro è interamente dedicato alle equazioni. Gosselin esordisce, come Peletier, con "Cum haec ars praestantissima in aequatione et laterum deductione tota fere consistat". Ma egli prosegue:

> "opportunim visum est his omnibus expeditis ad aequationem tanquam ad apicem et fastigium huius scientiae devenire: haec enim est sine qua nihil conducant praecedentia, possit autem aliqua ratione sine illis consistere."

Segue la definizione, particolarmente esplicita:

> "aequatio autem est duarum quantitatum diversi nominis et valoris ad unam aestimationem reductio, ut cum dicimus unum Quadratum aequari quatuor lateribus ..."

Si potrebbero moltiplicare le citazioni che sviluppano la riflessione cominciata da Peletier. Ci limiteremo invece a ricordare la terza opera di Gosselin il De ratione discendae docendaeque mathematices, una "praelectio", o presentazione di corso universitario, che ha lo stile di indice ragionato di temi matematici. Di essa una sezione è dedicata all'algebra, detta "subtilior arithmetica". Egli riprende qui le sue tesi:

> "Finis scientiae, quantitates ignotae cognitio, media ad illum finem, aequatio vel aequalitas. (...) aequatio dicitur, cum aliquae quantitates diversi generis inter se aequale proferuntur."

A ciò segue una classificazione delle equazioni, per forma e per grado.

Ramo aveva pubblicato anonimamente un'Algebra (Paris, 1560), che probabilmente si diffuse soprattutto attraverso l'edizione complessiva di Lazar Schooner, (Frankfurt, 1592). Si può pensare che, data l'influenza di tutte le opere di Ramo, soprattutto per diffondere ciò che veniva studiato a Parigi, questo testo abbia avuto grande importanza: sappiamo inoltre che la lista consigliata da Snel padre a Beeckman probabilmente lo includeva, poiché per l'aritmetica pratica vengono citati Ramo e Clavio(52). L'operetta è divisa in numeratio (aritmetica dei numeri relativi) ed aequatio.

Il secondo libro esordisce con la definizione: "aequatio est qua figurati inter secundum hypothesis aequantur." Quanto alla classificazione, Ramo segue quella di Scheubel. In conclusione si può osservare che già prima dello sviluppo dell'algebra introdotto da Viète, e quindi della diffusione (peraltro relativa al 1630 e seguenti) delle sue opere, o addirittura prima della pubblicazione dell'algebra di Clavio (più estesa e avanzata ripetto alle contemporanee, ma pur sempre concepita con un certo ritardo sugli sviluppi in Francia e nei Paesi Bassi) la tradizione algebrica conteneva una teorizzazione del problema trattabile algebricamente e dell'equazione come forma astratta di problema, e anzi faceva di quaestio ed aequatio il principale strumento di trasformazione dall'algebra della tradizione abachista alla logistica che integrava la riscoperta dei classici e particolarmente di Diofanto.

Quanto a Clavio, si possono trovare, sia pur nella più reperibile edizione del 1612, molti passi che illustrano come una discussione sul ruolo delle equazioni nell'ambito delle scienze matematiche fosse presente anche nell'insegnamento. Nel proemio all'Algebra (op.cit. vol.II) si trova infatti:

> "Propositum sive scopus eius est, ut certam aliquam a sensuum cognitio, ac sensu secretam quantitatem exploraret, et tandem inter duos aliquos numeros aequalitate, sive aeqautione comperta, deprehendat, atque demonstret."(p.3)

La sua formulazione della regula algebrae è la seguente:

> "Pro numero incognito in quaestione ponatur radix una hoc modo, 1x. (Possunt etiam plures radices poni hoc modo 2x vel 3x etc. vel alius quidam numerus, pro commoditate quaestionis propositae.) Quae iuxte quaestionis tenorem examinetur, donec Aequatio aliqua inveniatur: Haec reducatur, si reductione opus fuerit: Deinde per numerum characteris Cossici maioris dividatur reliquus aequationis numerus. Nam vel Quotiens ipse erit numerus, qui quaerebatur, pretium scilicet radicis in principio positae, vel certe radix aliqua Quotientis numeri numerum, qui quaerebatur, notum reddet."(p.20)

Clavio riassume poi i passaggi indicati dalla regola in maniera che richiama la suddivisione delle parti della ars analytica di Viète:

> "Habet autem regula haec quatuor partes. Prima est inventio Aequationis: Secunda Reductio Aequationis inventae: Tertia, Divisio alterius numeri Aequationis per numerum maioris characteris Cossici: Quarta et ultima, Extractio radicis alicuius ex Quotiente.(...) Est autem Aequatio, ut hic

> sumitur, nihil aliud, quam proportio aequalitatis inter duas quantitates, sive res varie denominatas."(ibidem)

Si può comunque affermare che Clavio è rilevante (in questo contesto) sia per la sistemazione teorica della distizione tra teoremi e problemi che per la nozione di equazione. Quanto invece all'uso dei termini problema, quaestio, aenigma, non si riscontrano delle regolarità: da un lato egli non fa uso in geometria del termine quaestio, ma in algebra egli si riferisce indifferentemente di quaestiones, problemata ed aenigmata. Va d'altra parte osservato che egli trattò specificamente della possibilità di applicare metodi algebrici alla geometria, anzi a tutte le scienze matematiche (anche se non reawlizzò questo progetto). E, rispetto alla tradizione algebrica, mentre l'applicazione alla geometria non era una novità, lo era quella alle varie scienze matematiche.

4.Cenni sulla letteratura critica.

Questa dimensione del testo del secondo libro delle Regulae rimanda a due aspetti della cultura contemporanea a Descartes: la crescente importanza della teoria delle equazioni, o meglio la trasformazione dell'algebra da "ars rei et census" in teoria delle equazioni(53), e d'altro lato l'elaborazione dell'idea di problema scientifico in rapporto alle nuove idee e pratiche nelle scienze.

Dal punto di vista della storia della scienza, la certezza che questi processi siano avvenuti non può sostituire l'indagine su come essi abbiano effettivamente avuto luogo, in particolare in relazione alle due tradizioni implicate: l'aristotelismo e l'algebra. Per quanto riguarda la prima, le ricerche svolte e promosse da Charles Schmitt hanno ormai chiarito e approfondito come, nella sua forma tardo cinquecentesca, l'aristotelismo universitario fosse condizione e luogo di formulazione delle nuove scienze. Per ciò che concerne l'algebra, gli studi, che peraltro non hanno finora preso in grande considerazione la trdizione pre-vietiana, possono contribuire a una maggiore consapevolezza lessicale. Anche recentemente Gaukroger(54), illustrando la portata delle Regulae rispetto alla costruzione di una fisica matematica, sottolineava come anzitutto

> "Descartes' problem is to specify and realise the conditions under which physical problems can be posed mathematically."

Nel saggio di Gaukroger si assume cioè come data la nozione di problema e, come nella frase citata, si ignora la distinzione tra l'attuale significato del termine problema e quello attribuibile con consapevolezza storica a Descartes. A prima vista infatti, e cioè partendo da presupposti tipici del nostro tempo, il passaggio è banale: se è vero che Descartes fondò una fisica matematica sostenendo un programma di riconduzione di tutte le discipline matematiche e della filosofia naturale alla semplicità e alla certezza di risultati proprie dell'aritmetica e della geometria, ci si può aspettare che egli applicasse un termine tipicamente matematico come "problema" a tutti i problemi o quesiti delle scienze. Come si è visto, la realtà è un po' più complessa, e tre termini, quaestio, difficultas, problema, vengono usati come sinonimi. D'altra parte, l'interpretazione delle Regulae ha una vasta tradizione nell'ambito storico-filosofico: anzitutto si deve ricordare che gran parte della critica ha riguardato il rapporto tra le Regulae e il metodo (e il Discours de la méthode), in particolare l'identificazione o la distinzione tra mathesis universalis e metodo: così ad esempio recentemente J.L.Marion (cfr. Sur l'ontologie grise de Descartes, Paris 1975) ha ripreso la tesi di G.Milhaud (Descartes savant, Paris 1921) secondo cui la mathesis universalis coinciderebbe con il metodo cartesiano. Anche il rapporto con il programma matematico realizzato nella Géométrie costituisce un nodo della riflessione sulle Regulae (come nel caso del già citato studio di Beck), e la Géométrie è stata oggetto, negli ultimi anni, di numerosi studi(55). Intanto il testo delle Regulae è stato sottoposto ad un'analisi più rigorosa, dapprima in chiave interpretativa con il lavoro di J.P.Weber, La constitution du texte des 'Regulae', Paris, 1964, che conclude con la tesi che il testo è stato composto a strati successivi. Poi in chiave filologica, grazie all'edizione di Crapulli, all'ulteriore edizione di Springmeyer, ad una nuova traduzione in lingua moderna(56), e infine al già citato Lexique(57). Una recente revisione della tesi di Weber è esposta nello studio già citato di Schuster. Di particolare interesse nella nostra prospettiva sono i numerosi lavori sulla matematica di Descartes di P.Costabel, e l'opera di Gäbe sul fase giovanile di Descartes(58). Di importanza specifica per la nostra discussione sono stati infine i lavori di J.L.Marion e N. Bruyère. Bruyère, nella sua opera recente(59), ha ripreso i punti fondamentali dell'eredità ramusiana in Descartes, e particolarmente nel testo delle Regulae. Quanto a Marion, è necessario riprendere alcuni aspetti più da vicino. Le Regulae sarebbero state scritte con Aristotele come interlocutore: questa la tesi sapientemente argomentata da Marion. Come indicato da Marion, la nozione di epistême sottesa alle Regulae sovverte la classificazione delle scienze secondo il genos e, aggiungo, l'impostazione dei problemi secondo il genos, la peculiarità, l'accidente. Descartes deve dunque trovare un modo uniforme di formulare i problemi che non faccia uso della classificazione aristotelica, e questo modo è suggerito dalla tradizione algebrica: ogni problema è, nella sua forma trattabile analiticamente (cioè algebricamente) un'equazione. Dalla quaestio si giunge poi alla comparatio, nel duplice senso di equazione e di "comparazione" delle nature tra di loro allo scopo di conoscere le une a partire dalle altre. Il segreto dell'arte, che permette di conoscere ciascuna cosa a partire da un'altra, è da contrapporsi al modo aristotelico di procedere, che fa riferimento al genere dell'ente. Marion interpreta questo riferimento in termini dell'idea di enumerazione, e quest'ultima in chiave ontologica più che metodica o epistemica. Se invece si legge l'enumerazione stessa in quanto preparazione alla corretta formulazione di un problema o piuttosto quaestio, e quindi allo stabilirsi di un'equazione, il testo è da accostarsi ad un altro passo di Aristotele, non citato da Marion (il già citato passo dei Secondi Analitici, 98 a). La risposta di

Descartes a questa maniera di ricondurre i problemi a una forma standard è contenuta nella Regula XIII e più compiutamente XVII. Infatti, nella Regula XIII si ha il richiamo alla semplificazione della quaestio, e anche specificamente "in quam minimas partes cum enumeratione dividenda". La Regula XVII invece identifica la difficultas con la reciproca dipendenza dei termini noti e ignoti. Se quello tracciato è davvero il nesso voluto da Descartes, si può dire che egli ha profondamente trasformato la nozione di problema proposta da Aristotele: il problema viene definito non da una relazione soggetto-predicato ma da un'uguaglianza tra operazioni(60). Marion fa presente il nesso tra enumerazione e equazione, anche perché, come si sa, l'unico esempio di enumerazione esplicitamente sviluppato da Descartes è quello della successione di potenze di un'incognita (Crapulli 20,9; AT 384, 21). Egli inoltre trae tutte le conseguenze possibili dall'eliminazione del genos aristotelico. Tuttavia, Marion non riconosce alla quaestio, pur accennando alla sua importanza (Marion, p.172), il ruolo positivo che anche Aristotele le attribuiva (Secondi Analitici 77 a 37, già citata). Non tutte le questioni hanno dunque quella valenza di semplice plausibilità cui fa riferimento Marion (p.173). E per un'interpretazione "scientifica" delle quaestiones basterebbe pensare ai dibattiti cinquecenteschi: la quaestio come punto di partenza dell'inventio, e l'inventio come parte fondamentale del discorso scientifico, se non per dare un'impronta sistematica a un sapere, per guidare l'intelligenza naturale dalle verità complesse alle semplici. Marion invece vede soltanto il contenuto interrogativo dell'erôtêma in Aristotele, sostiene che la quaestio non è una verità, o non è ancora una verità, fino ad interpretare il contenuto "ignoto" (l'incognita) della quaestio come versione cartesiana del contenuto "non certo" dell'erôtêma:

> "L'inconnu résiduel, mais irrémédiable, de l'erôtesis, de la demande, devient une inconnue provisoire et réductible."(Marion, p.173)

Senza negare questa accezione di erôtema, si sono viste diverse ragioni che avrebbero portato Descartes ad attribuire un significato positivo al termine, e anche testo, ovvero il nuovo significato tecnico, lo suggeriscono. Descartes, fondandosi sui commenti aristotelici e sulla tradizione algebrica, ha dato al termine quaestio il significato positivo che Aristotele attribuiva a próblêma, ciò che è confermato indirettamente dal fatto che il significato di domanda è completamente abbadonato nel testo delle Regulae, mentre viene adottato il significato di problema, aristotelico e matematico. In conclusione, Marion ha ampiamente argomentato che il sistema dei generi riflesso nella classificazione delle scienze doveva necessariamente cadere in rapporto a un'ontologia ordinata dalla sola sostanza pensante. D'altra parte, forse nella necessità di portare alla luce la trasmutazione del sistema di Aristotele in quello di Descartes, Marion non si concede di evidenziare a sufficienza come questo passaggio sia stato mediato dalle interpretazioni cinquecentesche di Aristotele. Così la nozione di problema-quaestio, come altri topoi degli aristotelici cinquecenteschi, non ha trovato una sua collocazione nell'argomento di Marion, che peraltro avrebbe contribuito a rafforzare.

7.Conclusioni

La nozione di problema e la sua trasformazione è centrale nel testo delle Regulae. Per Descartes, che fondava la sua visione del ruolo dell'algebra sulla consolidata tradizione dei manuali francesi della Logistica, era chiaro che tutti i problemi sono in linea di principio risolubili, e che quindi il peso epistemologico si muove verso l'impostazione dei problemi. Descartes si è occupato, nelle Regulae, anzitutto di questo aspetto, quindi non è opportuno limitarsi a considerare il testo come esposizione di un programma di algebrizzazione volta a alla soluzione dei problemi: il punto è che si risolvono tutti e soli i problemi che si sanno impostare. Dal punto di vista storico quindi ci interessa non tanto vedere come Descartes proponesse di trattare matematicamente i problemi, ma di come fosse disposto a concepire i problemi in termini algebrici, la riduzione in equazione essendo soltanto l'ultima fase di un processo di adattamento tra l'idea stessa di problema e la quaestio concreta. Si è quindi cercato di mostrare in quali sensi il modello cartesiano di problema fosse algebrico, e come questa concezione concordasse con una riforma della logica aristotelica.

Per quanto riguarda il primo punto, si è partiti dalla tesi (formulata più compiutamente da Marion) secondo cui Descartes, che intende costituire sistematicamente le scienze matematiche a partire dal _lumen naturae_, e quindi dal calcolo (sui segni) delle idee semplici, si trova a dover sostituire la gerarchia classificatoria aristotelica e la sua logica. Descartes fonda sulla sua versione della _Logistica_ (che si giova dell'introduzione dell'unità e della notazione per le potenze) una riduzione di ogni quantità in termini di misura e di ordine. La misura fa appunto riferimento all'unità, l'ordine alla successione delle potenze dell'incognita. E' possibile allora ridurre la quantità ignota a operazioni su quantità note, secondo i dettami dell'algebra. L'equazione (_comparatio_) diviene quindi il centro del processo conoscitivo, l'equazione è la _quaestio_ stessa, tanto più che essa garantisce di eliminare ciò che crea ostacolo, mediante la sostituibilità, e di mantenere al tempo stesso ciò che è importante, in quanto lo stesso ordine induce l'enumerazione dei problemi secondo la loro complessità e i gradi delle equazioni ad essi corrispondenti. Si tratta qui di una teoria del procedimento scientifico, o meglio di una teoria dell'_inventio_ fondata sul procedere per problemi, dove questi ultimi non sono più definiti sull'ontologia aristotelica, ma con termini reciprocamente relativi, e senza nessi che non siano quello dell'enumerazione in ordine di complessità (l'ordine della _comparatio_, nel doppio senso di essa). Inoltre, ulteriori ricerche sull'algebra cinquecentesca e contemporanea a Descartes sembrano in grado di rendere conto della scelta iniziale di Descartes, quella cioè di ridefinire la quaestio e di concepirla come aequatio. In altri termini, l'identificazione tra quaestio e aequatio, presentata da Descartes come un punto di arrivo, è invece il punto di partenza: la quaestio ha la struttura di un'equazione nei manuali algebrici, dove essa rispecchia spesso un allargamento di senso rispetto al problema matematico, perché può consistere sia di un problema che di un "caso" di aritmetica mercantile, o ancora viene concepita come un'applicazione specifica, in una qualsiasi scienza matematica, delle regole trovate mediante problemi generali. Agli algebristi del Cinquecento, del resto, Descartes deve tutta la teoria salvo le due innovazioni dell'unità e della successione, almeno prima di aver, nella Géométrie, esteso notevolmente la portata della teoria delle equazioni.

La nostra congettura dell'interconnessione fra i tre sinonimi di problema nelle Regulae ci ha riportato da un lato all'interconnessione fra i tre sinonimi in Aristotele, e dall'altro allo studio dei significati algebrici dei termini cartesiani. Che il nesso tra i sinonimi aristotelici fosse in sé stesso oggetto di riflessione, è mostrato da Toleto, a proposito del celebre inizio dei Secondi Analitici:

> "Adverte autem, quod graece non habetur vocabulum, quaestiones, sed zêtoúmena id est quaesita, (...) quaestiones vero dicuntur res eadem, secundum formam dubitationis, et interrogationis, voce, aut conceptu significatae, et ordainatae."(61)

Quanto all'uso matematico, si deve aggiungere che Descartes stesso fece uso del termine quaestio, o question, nel significato più diffuso all'epoca, cioè come problema proposto da un matematico ad un altro, nelle lettere precedenti e contemporanee alla stesura delle Regulae. In questo testo invece egli definisce un significato particolare, tecnico, di quaestio, che permane nel sinonimo difficultas e così passerà nel Discours de la méthode come difficulté. Questo uso distingue il suo approccio rispetto all'unico matematico contemporaneo che aveva raggiunto e forse superato la sua competenza specifica e anche le sue innovazioni, cioè Fermat, che già nel 1628 aveva ottenuto una versione dell'Isagoge e alcuni risultati della sua "méthode", ciò che implica un'estensione alla teoria delle equazioni paragonabile a quella della Géométrie. In sostanza quindi ciò che lo distingueva da Fermat era il rapporto con la riforma della logica e delle scienze matematiche. Mentre infatti Fermat adottò il programma della Logistica di Viète, che prevedeva di risolvere tutti i problemi delle scienze matematiche in senso stretto, Descartes allargò il campo di applicazione della nuova algebra sia in direzione della logica, in una teoria del metodo, che, in direzione di un'estensione dei problemi concepibili e quindi trattabili matematicamente, cioè dell'intera filosofia naturale.

Alla conclusione di Marion, che Descartes, con le Regulae, sia passato dalla cosa all'oggetto vorrei aggiungere che egli passò anche dal próblêma aristotelico alla quaestio algebrica, con le inevitabili conseguenze tanto in matematica che in filosofia naturale.

* * * * *

Note

1.Mi risulta che, nell'ambito degli studi contemporanei, soltanto H.W.Arndt, nel suo Methodo scientifica pertractatum. Mos geometricus und Kalkülbegriff in der philosophischen Theorienbildung des 17. und 18. Jahrhunderts, Berlin 1971 pp.38-49 abbia espicitamente preso in considerazione il nesso tra la struttura di equazione e la trasformazione dell'idea di problema. La trattazione di Arndt su Descartes riguarda tutta la sua opera matematica, e di conseguenza non si preoccupa di determinare la tradizione matematica cui si rifaceva Descartes all'epoca della formulazione delle Regulae.

2.L'erôtesis, infatti, è la forma logica dell'interrogazione dubitativa, come nel caso "l'universo è eterno oppure no?". In questo senso, il dubbio e il problema scientifico sono della stessa specie, e di conseguenza, ad esempio, il porre correttamente un dubbio è altrettanto importante che porre correttante un problema.

3.Questo è ciò che Giorgio Colli ha voluto sottolineare nella sua versione italiana, traducendo sistematicamente próblêma con 'formulazione di una ricerca'. Questa sottolineatura ben si accorda con quanto vogliamo mostrare in Descartes, ma impedisce di vedere il nesso con la tradizione matematica. Più difficile è comprendere perché egli traduca tanto próblêma che dialektikòn próblêma con la stessa espressione 'formulazione di una ricerca' (cfr. Topici 104 b, in Aristotele, Opere, vol.II, Bari 1985, p.15; Colli introduce questa resa del termine nella nota 27 del vol.I, a proposito di Primi Analitici, 47 b 10, in Aristotele, Opere, vol.I, Bari 1984.

4."Per riuscire poi a formulare una ricerca, bisogna scegliere le dicotomie e le divisioni, ponendo come base il genere comune a tutti gli oggetti in questione. Ad esempio, se si vogliono considerare gli animali, bisogna esaminare quali determinazioni appartengano ad ogni animale, e una volta assunte tali determinazioni, si deve osservare quale sia la prima totalità, fra quelle subordinate al genere, e quali siano le determinazioni che conseguono da ogni oggetto contenuto in questa totalità."(Secondi Analitici, trad. it. cit.)

5."Se una questione (erôtêma) deduttiva è lo stesso che una proposizione che afferma la metà di una contraddizione, e ogni scienza ha le sue premesse dalle quali si traggono le conclusioni proprie di quella scienza, allora deve esserci una questione scientifica che corrisponde alle premesse dalle quali si traggono le conclusioni proprie alla scienza."

6.Esiste ovviamente una vasta tradizione medioevale di traduzioni di questi passi aristotelici, e ci limitiamo qui a ricordare due esempi che indicano una oscillazione nella traduzione: per quanto riguarda i passi dei Topici citati, mentre Boezio traduce prôblêma con problema, la Translatio anonyma del XII secolo riportata in Aristoteles latinus traduce próblêma con quaestio. Analogamente, per un altro passo rilevante, quello di Secondi Analitici 98 a, si trova quaestio in Gerardo da Cremona e problema in Guglielmo di Moerbecke. Su queste basi, Duns Scoto definisce problema e quaestio allo stesso modo: ciascuno di essi suppone qualcosa di certo e richiede qualcosa di dubbio. Inoltre, almeno da Abelardo in poi la trattazione logica e filosofica in generale aveva assunto la forma della quaestio, che includeva l'enunciato, gli argomenti pro, gli argomenti contra, la conclusione dell'autore e la confutazione per punti (le difficultates).

6.Per la storia delle edizioni cinquecentesche del Commento al I libro degli Elementi di Euclide, si consideri ad esempio G. Crapulli, Mathesis universalis, Roma 1969.

8.Il riferimento esplicito di Descartes ai Conimbricenses si trova in AT III 185, 11-12, insieme a quello a Rubio. Che invece a La Flèche si usasse Clavio si sa in particolare dagli studi di François de Dainville, tra cui: "L'enseignement des mathématiques dans les Collèges Jésuites de France du XVIe au XVIIIe siècle" Revue d'histoire des sciences 7 (1954), 6-21, 109-23. Si è riscontrato che utile sarebbe anche il riferimento a Suarez, Fonseca e Toleto, ma non se ne tratterà qui. Basti comunque ricordare che Fonseca (Institutionum dialecticarum libri octo) aveva suggerito tra l'altro la distinzione che Descartes fa propria, benché con altro significato, tra questioni perfette e imperfette (quaestio quae perfecte intelligitur). L'osservazione e i riferimenti sono di J.Sirven, Les années d'apprentissage de Descartes, Paris 1928, p.405,n.5; p.406,n.1, ma la tesi è stata ripresa da L.J. Beck, The method of Descartes: a study of the Regulae (Oxford 1952). Quanto agli studi sugli aristotelismi cinquecenteschi e il loro rapporto con Descartes, basti accennare alle opere classiche di J.H.Randall, Wilhelm Risse, Charles Schmitt (ad esempio Aristotle in the Renaissance, Cambridge 1983).

9.Cfr. Budaeus, Commentarii linguae graecae, in particolare l'edizione parigina del 1548, che presenta la discussione su Proclo, a differenza di quella del 1530. Ciò non sorprende, dato che il testo di Proclo venne pubblicato da Grynaeus soltanto nel 1530, a Basilea. Di próblêma si tratta da p.460 a p.462.

10.Stephani, _Thesaurus graecae linguae_, Parisiis 1572.

11.Cfr Pappus _Collectio mathematica_ liber III 20-22; liber IV 57-59.

12.Mi riferisco qui all'articolo di M.S.Mahoney "Another look at greek geometrical analysis", _Archive for history of exact sciences_, 5 (1968/69).

13.Si ricordi ad esempio, di Hobbes, il passo seguente della _Computatio sive logica_: "La scienza è in funzione della potenza; il teorema (che per i geometri è la ricerca della proprietà) in funzione del problema, cioè dell'arte del costruire; ogni speculazione , infine, fu istituita per qualche azione o lavoro." (trad. it. da Thomas Hobbes, _Logica, libertà, necessità_, a cura di Arrigo Pacchi, Milano 1969, p.31.

14.Petri Rami, _Scholarum mathematicarum libri_, Basileae 1569, p.83.

15.Cristophori Clavii Bambergensis _Operum mathematicorum tomus primus_, Moguntiae 1611, p.8.

16.E possiamo riprendere qui solo per cenni, nonostante il fatto che si trattasse di un riferimento importante per i tre autori presi in considerazione. Piccolomini sosteneva, a contro Proclo, che le dimostrazioni matematiche non spiegano le cause, e in questo senso non seguono l'ideale aristotelico. Si noti che ciò è in stretto rapporto con la nozione di _quaestio_, perché appunto Piccolomini sostiene che la matematica non è in grado di rispondere alla questione del "propter quid", tra i quattro tipi di questione. La certezza delle dimostrazioni matematiche, tuttavia, sostenuta non da Aristotele ma da Averroè, è riaffermata da Piccolomini in quanto garantita dal fatto che gli oggetti della matematica sono ottenuti per astrazione. Oltre allo stesso Alessandro Piccolomini, _Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum_, Romae 1547, intervenne Francesco Barozzi con _Opusculum, in quo una Oratio et duae Quaestiones: altera de certitudine, et altera de medietate Mathematicarum continentur_, Patavia 1560; inoltre _i Commentarii Collegii Conimbricensis_ e l'allievo di Clavio Giuseppe Biancani, con _De mathematicarum natura dissertatio_, Bologna 1615. Della questione hanno trattato tra l'altro Giovanni Crapulli, op. cit. 1969, cap.II e Peter Dear in _Mersenne and the learning of the schools_, Ithaca 1988, cap.IV. Si vedano inoltre i vari saggi in _Aristotelismo veneto e scienza moderna_ (Atti del Centro per la tradizione aristotelica nel Veneto, a cura di L.Olivieri), Padova 1983.

17.Su questi aspetti si veda, oltre ai classici studi sull'umanesimo, anche il più recente saggio di Lisa Jardine, "Lorenzo Valla: academic scepticism and the new humanist dialectic", in _The skeptical tradition_, ed. M.Burnyeat, Berkeley

1983. Si noti che lo stesso Ramo aveva dedicato alla _quaestio_ un capitolo delle _Aristotelicae Animadversiones_ del 1548. Già nell'edizione del 1543 comunque la _quaestio_ veniva trattata in quanto formulazione corretta del dubbio che dà origine alla _inventio_.

18.Antonio Rubio, anch'esso citato da Descartes come autore studiato a La Flèche. La citazione è dalla p.695 di _Logicae mexicanae sive commentarii in universam Aristotelis logicam_, Coloniae Agrippinae 1605.

19._Commentarii Collegii Conimbricensis e Societate Iesu: In universam dialecticam Aristotelis Stagiritae_, Coloniae, 1607.

20.J.R.Armogathe, J.L.Marion, _Index des regulae ad directionem ingenii de René Descartes_ avec des listes de leçons et conjectures établies par G.Crapulli, Roma 1976.

21.Daremo qui, per ogni citazione, l'indicazione della pagina in René Descartes, _Regulae ad directionem ingenii_, texte critique établi par Giovanni Crapulli avec la version hollandaise du XVIIe siècle, La Haye 1966, ed anche nell'edizione classica di Adam et Tannery, _Oeuvres de Descartes_, publiées par Ch.Adam et P.Tannery, Nouvelle présentation, en co-édition avec le Centre National de la Recherche Scientifique, Paris 1964-1974, tome X.

22.Oltre all'_Isagoge_, erano state pubblicate altre opere di Viète che comportavano non solo l'applicazione dell'algebra a problemi geometrici, ma anche un uso molto sviluppato della teoria delle equazioni, tra nel 1624 era apparsa a Parigi anche il _De aequationum recognitione et emendatione tractatus duo_. La trasmissione di Viète è, comunque, ancora un problema aperto, e non si sa quindi quanto gli stessi matematici parigini che Descartes frequentò immediatamente prima di scrivere le _Regulae_ (tra il 1625 e il 1628) conoscessero queste opere. Si sa invece che un esponente di questo gruppo, Pierre Hérigone, pubblicò un testo che incorporava l'algebra di Viète soltanto nel 1642, cioè dopo le pubblicazioni principali su Viète (traduzioni e semplificazioni) dei primi anni Trenta.

23.Seguendo così il proprio suggerimento per acquisire sagacia, indicato nella _Regula_ X.

24.Nel primo volume di AT, _Correspondance_, p.477, si trova una una lettera di Descartes a Mersenne della "fin décembre" 1637 nella quale Descartes difende l'originalità della sua _Géométrie_ rispetto all'opera di Viète: qui Descartes si riferisce esplicitamente al _De emendatione aequationum_. Questa lettera di Descartes si colloca cioè all'inizio polemica con Beaugrand (1638) per l'accusa di plagio rispetto a Viète: Descartes qui afferma di aver cominciato dove Viète aveva terminato, specificando però anche di non aver mai tanto letto Viète che in quei giorni, per verificare la portata delle accuse: "Et ainsi i'ay commencé où il avait acheué; ce que j'ay fait toutesfois sans y penser, car i'ay plus feüilleté Viete depuis que i'ay receu vostre derniere, que ie n'auois iamais fait auparavant, l'ayant trouué icy par hazard entre les mains d'vn de mes amis; & entre nous ie ne trouve pas qu'il en ait tant sceu que ie pensois, nonobstant qu'il fust fort habile". (AT, Correspondance, vol I, pp.279-280. Si veda anche la lettera di Descartes a Mersenne del 20/2/1639), in AT, Correspondance, vol. II.

25.Schuster ha dimostrato infatti che la Regula IV appartiene alla prima stesura delle Regulae (1619), cui seguì immediatamente la composizione della prima parte del trattato, fino alla Regula 11. Le altre sarebbero state composte tra il 1626 e il 1628, e riflettono un'esperienza già matura nei problemi scientifici affrontati dal circolo di Mersenne, e condividono con questo un intento apologetico. Cfr. John Schuster, "Descartes' mathesis universalis: 1619-28", in S. Gaukroger, Descartes. Philosophy, Mathematics and Physics, Brighton 1980.

26.Per questo si veda la nota 6, di Pierre Costabel, alla Regula XVI, in: René Descartes, Regles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité, par Jean-Luc Marion, La Haye 1977.

27.Cfr. Jacob Klein, "Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra", Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abt.B: Studien, Vol. 3, fasc. 1 (Berlin, 1934), fasc. 2 (1936), trad. inglese, Greek mathematical thought and the origin of algebra, Cambridge MA 1966.

28.Conradus Dasypodius, Lexicon mathematicum, Argentorati 1579, p. 1.

29.Girolamo Cardano, Ars magna, cap.1. Cfr. ad esempio Hieronymi Cardani Mediolanensis philosophi ac medici celeberrimi operum tomus quartus, quo continentur arithmetica, geometrica, musica, Lugduni 1663, p.222: "Cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenii mortalis ars haec superet, donum profecto coeleste, experimentum autem virtutis animorum, atque adeo illistre (sic), ut qui haec attingerit, nihil non intelligere posse se credat."

30.Si veda in particolare la postfazione all'edizione delle opere di Viète, (Francisci Vietae, Opera mathematica. In unum volumen congesta, atque recognita. Opera atque studio Francisci à Schooten Leidensis, Matheseos Professoris. Lugduni Batavorum, Ex Officina Bonaventurae et Abrahami Elzeviriorum, 1646) p.545-546 In Isagogen. Qui Schooten precisa che il motto "Nullum non problema solvere" si debba intendere come "Omne in quo de quantitatum aequalitate vel proportione inquiritur, problema utcunque solvere". La teoria delle equazioni della Géométrie di Descartes hanno dato un nuovo senso al motto che Viète aveva formulato in relazione alla sua teoria delle equazioni.

31.Si tratta della lettera del 3/5/1632: "Je vous remercie du livre d'Analyse que vous m'avez envoyé; mais entre nous, ie ne vois pas qu'il soit de grande utilité, ny que personne puisse apprendre en le lisant la façon, ie ne dis pas de nullum non problema solvere, mais de soudre aucun probleme, tant puisse -t-il estre facile. (...) le problème de Pappus, car il faut bien aller au delà des sections coniques et des lieux solides, pour le resoudre en tout nombre de lignes données, aussi que le doit resoudre un homme qui se vante de nullum non problema solvere, & que ie pense l'avoir resolu."(AT I,244). Secondo gli editori, l'ironia è rivolta a Beaugrand, e il libro di analisi è la sua versione e commento dell'Isagoge di Viète (Paris 1631). Un accostamento tra alcuni aspetti dell'opera di Viète e alcuni passi delle Regulae è stato recentemente compiuto in: M. Tamborini, "Tematiche algebriche vietiane nelle 'Regulae' e nel primo libro della 'Géométrie' di Descartes, in Miscellanea secentesca. Saggi su Descartes, Fabri, White, Milano 1987.

32.Beck diede un'analisi di questo passo, e l'arricchì di un ulteriore esempio tratto dalla Dioptrique nel capitolo "The solution of problems" nella sua opera fondamentale, già citata. Appare tuttavia opportuno riproporre un'analisi in questo differente contesto.

33.Cfr. Regula XIII, Crapulli p.54, AT 430,17.

34."Notandum est, inter quaestiones quae perfecte intelliguntur, nos illas tantum ponere, in quibus tria distincte percipimus: nempe, quibus signis id quod quaeritur possit agnosci, cum occurret; quid sit praecise, ex quo illud deducere debeamus; et quomodo probandum sit, illa ab invicem ita pendere, ut unum nulla ratione possit mutari, alio immutato."(Regula XII, Crapulli p.73, AT p.429,13)

35.L'analogia é mia: si veda ad esempio il già citato articolo di Mahoney sull'analisi greca.

36.cioè il miglioramento della notazione, il superamento del principio di omogeneità mediante la definizione dell'unità, la stessa riduzione dei problemi geometrici a problemi algebrici mediante la riduzione di ogni quantità alla lunghezza

37.Oltre alla citazione precedente e alle osservazioni a proposito di "problema", si può ricordare la conclusione della Regula XII, dopo la definizione di quaestio perfettamente intesa: "Cujusmodi quaestiones, quia abstractae sunt ut plurimum, et fere tantum in Arithmeticis vel Geometricis occurrunt, parum utiles videbuntur imperitis; moneo tamen in hac arte addiscenda diutius versari debere et exercere illos, qui possteriorem hujus methodi partem, in qua de alijs omnibus tractamus, perfecte cupiant possidere.", ciò che sottolinea come il trattato completo sia orientato alle ultime dodici reguale, dedicate alle questioni imperfettamente comprese, che appartengono in primo luogo alla matematica ma non all'aritmetica o alla geometria, cioè alle "scientiae mediae", o addirittura alla filosofia naturale.

38.Il testo prosegue con: "Ut si petatur quid sit magnetis natura, illi protinus, quia rem arduam et difficilem esse augurantur, ab iis omnibus quae evidentia sunt animum removentes, eumdem ad difficillima quaeque convertunt, et vagi expectant utrum forte per inane causarum multarum spatium oberrando aliquid novi sit reperiturus. Sed qui cogitat, nihil in magnete posse cognosci, quod non constet ex simplicibus quibusdam naturis et per se notis, non incertus quid agendum sit, primo diligenter colligit illa omnia quae de hoc lapide habere potest experimenta, ex quibus deinde deducere conatur qualis necessaria sit maturarum simplicium mixtura ad omnes illos, quos in magnete expertus est, effectus producendos; qua semel inventa, audacter potest asserere, se veram percepisse magnetis naturam, quantum ab homine et ex datis experimentis potuit inveniri.
Denique colligitur quarto, ex dictis, nullas rerum cognitiones unas aliis obscuriores esse putandas, cum omnes eiusdem sint naturae, et in sola rerum per se notarum compositione consistant.", che preferisco sottolineare con una mia parafrasi.

39.Il già citato passo di Van Schooten va visto proprio in questa luce, poiché all'eredità matematica vietiana Van Schooten aggiungeva la fiducia nell'estensione dell'ambito delle scienze matematiche caratteristica del programma cartesiano.

40.L'uso del termine comparatio è però limitato: solo 7 occorrenze, di cui si è dato conto se si tiene presente che, oltre a quello qui considerato, il passo che identifica la comparatio e l'aequatio è l'enunciato della Regula XIX.

41.cfr. L.J.Beck, op. cit., p.207, nota 2.

42.Interpreto in questo senso anche l'occorrenza nella Regula IV, Crapulli 13, 23; AT 375, 21.

43.Si vedano anche i passi Crapulli 21,25-31; AT 386,22-25; Crapulli 27,3 e 6; AT 393,14 e 17; Crapulli 27,28; AT 394,21; Crapulli 55,25; AT 432,1; Crapulli 57,17; AT 434,13; Crapulli 72,25; AT 455,8; Crapulli 76,25 e 77,2; AT 460,12 e 23; Crapulli 81,6 e 28; AT 467,21; 468,23.

Segnalo a proposito di Crapulli 27,28, AT 394,21 che G.Galli, nella sua versione italiana delle Regulae (Torino 1943) traduce "Si aliquis (...) in eandem difficultatem inciderit" con "se qualcuno (...) cadesse nella medesima difficoltà". Un'interpretazione "tecnica" del termine difficultas potrebbe perciò permettere forse una traduzione migliore: non si tratta infatti di cadere in una difficoltà, ma piuttosto di incontrare una certa questione, quella della rifrazione.

44.Si veda anche, con lo stesso significato, il passo al termine della Regula XI: "Ad quae et similia qui reflectere consuevit, quoties novam quaestionem examinat, statim agnoscit, quid in illa pariat difficultatem, et quid sit omnium simplicissimus <solvendi> modus" (Crapulli 39,27; AT 410,11).

45.Si hanno infine solo nove occorrenze con significato comune di "ostacolo" teorico o operativo.

46.Cfr. Michel de Montaigne, Les Essais, Publiés d'après l'exemplaire de Bordeaux par Fortunat Strowski (1906), Hildesheim 1981: I,126; II,324. Soltanto il secondo riferimento è di tenore matematico. Si nonti inoltre che si tratta di uno dei pochissimi riferimenti a matematici contemporanei: l'altro è a Foix de Candalle, massimo traduttore e commentatore di Euclide.

47.In quegli anni divenne fondamentale il testo di Pedro Nunez, pubblicato ad Anversa nel 1564 (Libro de algebra in arithmetica y geometria), che fu tra l'altro rapidamente conosciuto in Francia: in esso tuttavia si tratta principalmente di 110 "casos de Arithmetica", su numeri. "Casi" era anche il termine usato dai primi manuali di algebra italiani.

48.Ioannes Buteonis Logistica quae et Arithmetica vulgo dicitur, Lugduni 1559, p. 197.

49.Cfr. The principal works of Simon Stevin, vol. II B, Mathematics, edited by D.J. Struik, Amsterdam 1958, p.681.

50.Cfr. Petri Rami, Arithmeticae libri duo, Basileae 1569, p.52: "Comparatio quantitatis in numeris est differentia vel ratio".

51.Leggiamo inoltre più avanti, nella stessa sezione: "Une Equacion se doet reduire a tele forme, que le nombre Cossique, s'il n'y an à qu'un, demeure seul d'une part, egal au reste de l'Equacion: E s'entand aussi, Quand il se trouvera une Equacion comprenant divers nombres Cossiques: que celui de plus grand denominacion, c'ét a dire, qui aura le plus grand sine, devra demeurer seul, egal au rest de l'Equacion: Ce qui se fera par transposicion, en cete sorte."(p.25), passo che potrebbe essere accostato ad alcune prescrizioni delle ultime Regulae.

52.Si veda AT, vol.X, p.29.

53.Che questa trasformazione abbia avuto luogo è generalmente accettato, e riprendo questa formulazione dall'articolo di M.S.Mahoney The beginnings of algebraic thought, in Gaukroger ed. op.cit. Tuttavia, molto resta ancora da fare per dare contenuto a questa descrizione complessiva.

54.Cfr. S. Gaukroger, "Descartes' project for a mathematical physics", in S.Gaukroger, op.cit., p. 98. Il mio rilievo non intacca in fatto che l'approccio di Gaukroger costituisce uno dei punti di riferimento di questa ricerca.

55.Si veda in particolare H.J.M.Bos, "On the representation of curves in Descartes' Géométrie", in Archive for history of exact sciences, 24, 1981, e lo studio più complessivo, ma che chiarisce ampiamente un importante aspetto della Géométrie e anche un senso specifico della nozione di "problema" in Descartes, "Arguments on motivation in the rise and decline of a mathematical theory: the 'construction of equations', 1637-ca.1750", Archive for history of exact sciences vol. 30, no. 3/4, 1984. Tra i lavori più recenti, si considerino alcuni degli studi dei due convegni sul Discours: Le Discours et sa méthode, Actes du Colloque pour le 350e anniversaire du 'Discours de la méthode' (Paris, 28-30/I/1987), publiés sous la direction de N.Grimaldi e J.L.Marion, Paris 1987; e inoltre, Atti del Convegno "Descartes: il Discorso sul metodo e i Saggi di questo metodo. 1637-1987", Roma 1988. Di grande importanza rispetto ai temi trattati in questo lavoro, ma anche un serio tentativo di connettere la comprensione scientifica dell'opera di Descartes e la sua metafisica è la già citata opera collettiva a cura di Gaukroger. La bibliografia più aggiornata è in Giovanni Crapulli, Introduzione a Descartes, Bari 1988.

56.René Descartes, Règles utiles et claire pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité, traduction selon le lexique cartèsien, et annotations conceptuelles par J.L.Marion avec des notes mathématiques de P.Costabel, La Haye 1977; René Descartes, Regulae ad directionem ingenii, Kritisch revidiert und herausgegeben von H.Springmeyer und H.G.Zerkl, Hamburg 1972.

57.Oltre ad altri studi lessicali, per cui riferisco al già citato Crapulli 1988, pp.254-255. Per questo lavoro ho tra l'altro consultato E. Gilson, Index scolastico-cartésien, Paris 1913, 1979 r., ch ecomunque non riporta nessuno dei sinonimi di problema, e inoltre G. Crapulli, "Le note marginali latine nelle versioni olandesi di opere di Descartes di J.H. Glazemaker", in G. Crapulli - E. Giancotti Boscherini, Ricerche lessicali su opere di Decscartes e Spinoza, Roma 1969.

58.Mi riferisco qui a P. Costabel, Démarches originales du Descartes savant, Paris 1982; P. Costabel, "L'initiation mathématique de Descartes", Archives de philosophie, 4 1983, e inoltre a L. Gäbe, Descartes Selbstkritik. Untersuchungen der Philosophie des jungen Descartes, Hamburg 1972.

59.Mi riferisco a N.Bruyère, Méthode et dialectique dans l'oeuvre de La Ramée Paris, Vrin 1984, particolarmente alle pagg. 385-396.

60.Se si vuole, dunque, alla logica dei predicati si sostituisce così un calcolo proposizionale; questo calcolo, a sua volta, non è concepito come una logica, e in questo senso a buon diritto Leibniz sosteneva che Descartes non aveva tratto le conseguenze dalle proprie posizioni. Il calcolo delle proprietà e delle relazioni di uguaglianza, un calcolo senza sostanze né aristoteliche né leibniziane, ma semplicemente delle relazioni di uguaglianza e delle operazioni binarie resta racchiuso nel II libro delle Regulae, e ripreso soltanto nell'ambito della teoria delle equazioni della Géométrie. Rimane invece l'algebrizzazione dell'idea di problema.

61.Francisci Toleti Societatis Iesu Commentaria una cum quaestionibus in universam Aristotelis logicam, Venetiis, 1607, p.211.

EUI WORKING PAPERS

EUI Working Papers are published and distributed by the European University Institute, Florence.

Copies can be obtained free of charge - depending on the availability of stocks - from:

The Publications Officer
European University Institute
Badia Fiesolana
I - 50016 San Domenico di Fiesole (FI)
Italy

Please use order form overleaf

PUBLICATIONS OF THE EUROPEAN UNIVERSITY INSTITUTE

To

The Publications Officer
European University Institute
Badia Fiesolana
I - 50016 San Domenico di Fiesole (FI)
Italy

From

Name ....
Address ....
....
....
....
....

Please send me the following EUI Working Paper(s):

No. ....
Author, title: ....
....
....
....
....

Date ....

Signature

....

88/355
Summary of Conference Debates and Abstracts of Selected Interventions
The Future Financing of the EC Budget: EPU Conference 16-17 October 1987

88/356
Mary McCARTHY/
Lucrezia REICHLIN
Do Women Cause Unemployment? Evidence from Eight O.E.C.D. Countries

88/357
Richard M. GOODWIN
Chaotic Economic Dynamics

88/358:
Fernando PACHECHO/
Eric PEERE/
Francisco S. TORRES
Duopoly Under Demand Uncertainty

88/359
Jaakko NOUSIAINEN
Substance and Style of Cabinet Decision-Making *

88/360
Domenico Mario NUTI
Economic Relations between the European Comunity and CMEA *

88/361
Domenico Mario NUTI
Remonetisation and Capital Markets in the Reform of Centrally Planned Economies

88/362
Domenico Mario NUTI
The New Soviet Cooperatives: Advances and Limitations

88/363
Reiner GRUNDMANN
Marx and the Domination of Nature, Alienation, Technology and Communism

88/364
Tony PROSSER
The Privatisation of Public Enterprises in France and Great Britain: The State, Constitutions and Public Policy *

88/365
Silke BRAMMER
Die Kompetenzen der EG im Bereich Binnenmarkt nach der Einheitlichen Europäischen Akte *

88/366
Gøsta ESPING-ANDERSEN
The Three Political Economies of the Welfare State *

88/367
Gøsta ESPING-ANDERSEN/
Paul FARSUND/
Jon Eivind KOLBERG
Decommodification and Work Absence in the Welfare State

88/368
Stephen MARTIN
Joint Ventures and Market Performance in Oligopoly

88/369
Giuseppe RAO
The Italian Broadcasting System: Legal and Political Aspects

* Working Paper out of print

89/370
B. BENSAID/
R.J. GARY BOBO
S. FEDERBUSCH/
The Strategic Aspects of Profit Sharing in the Industry

89/371
Klaus-Dieter STADLER
Die Europäische politische Zusammenarbeit in der Generalversammlung der Vereinten Nationen zu Beginn der Achtziger Jahre

89/372
Jean-Philippe ROBE
Countervailing Duties, State Protectionism and the Challenge of the Uruguay Round

89/373
G. FEDERICO/A. TENA
On the Accuracy of Historical International Foreign Trade Statistics.
Morgenstern Revisited

89/374
Francisco TORRES
Small Countries and Exogenous Policy Shocks

89/375
Renzo DAVIDDI
Rouble Convertibility:
A Realistic Target

89/376
Jean STAROBINSKI
Benjamin Constant: la fonction de l'éloquence

89/377
Elettra AGLIARDI
On the Robustness of Contestability Theory

89/378
Stephen MARTIN
The Welfare Consequences of Transaction Costs in Financial Markets

89/379
Augusto DE BENEDETTI
L'equilibrio difficile. Linee di politica industriale e sviluppo dell'impresa elettrica nell'Italia meridionale: la Società Meridionale di Elettricità nel periodo di transizione, 1925-1937

89/380
Christine KOZICZINSKI
Mehr "Macht" der Kommission? Die legislativen Kompetenzen der Kommission bei Untätigkeit des Rates

89/381
Susan SENIOR NELLO
Recent Developments in Relations Between the EC and Eastern Europe

89/382
Jean GABSZEWICZ/
Paolo GARELLA
and Charles NOLLET
Spatial Price Competition With Uninformed Buyers

* Working Paper out of print

89/383
Benedetto GUI
Beneficiary and Dominant Roles in Organizations: The Case of Nonprofits

89/384
Agustín MARAVALL/
Daniel PEÑA
Missing Observations, Additive Outliers and Inverse Autocorrelation Function

89/385
Stephen MARTIN
Product Differentiation and Market Performance in Oligopoly

89/386
Dalia MARIN
Is the Export-Led Growth Hypothesis Valid for Industrialized Countries?

89/387
Stephen MARTIN
Modeling Oligopolistic Interaction

89/388
Jean Claude CHOURAQUI
The Conduct of Monetary Policy: What has we Learned From Recent Experience

89/389
Léonce BEKEMANS
Economics in Culture vs. Culture in Economics

89/390
Corrado BENASSI
Imperfect Information and Financial Markets: A General Equilibrium Model

89/391
Patrick DEL DUCA
Italian Judicial Activism in Light of French and American Doctrines of Judicial Review and Administrative Decisionmaking: The Case of Air Pollution

89/392
Dieter ZIEGLER
The Bank of England in the Provinces: The Case of the Leicester Branch Closing, 1872

89/393
Gunther TEUBNER
How the Law Thinks: Toward a Constructivist Epistemology of Law

89/394
Serge-Christophe KOLM
Adequacy, Equity and Fundamental Dominance: Unanimous and Comparable Allocations in Rational Social Choice, with Applications to Marriage and Wages

89/395
Daniel HEYMANN/
Axel LEIJONHUFVUD
On the Use of Currency Reform in Inflation Stabilization

* Working Paper out of print

89/396
Gisela BOCK
Challenging Dichotomies: Theoretical and Historical Perspectives on Women's Studies in the Humanities and Social Sciences

89/397
Giovanna C. CIFOLETTI
Quaestio sive aequatio: la nozione di problema nelle *Regulae*

89/398
Michela NACCI
L'équilibre difficile. Georges Friedmann avant la sociologie du travail

89/399
Bruno WANROOIJ
Zefthe Akaira, o delle identità smarrite

* Working Paper out of print